

ZACHODNIOPOMORSKI UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNY
W SZCZECINIE

WYDZIAŁ ELEKTRYCZNY

mgr inż. Błażej Jabłoński

Analiza dynamiki pola elektrycznego w niejednorodnie
oświetlonych strukturach fotorefrakcyjnych
wielokrotnych studni kwantowych

Rozprawa doktorska

Promotor: prof. dr hab. Ewa Weinert-Rączka

Promotor pomocniczy: dr hab. inż. Andrzej Ziółkowski

Szczecin 2023

Pragnę wyrazić szczerze podziękowania
Pani promotor prof. dr hab. Ewie Weinert-Rączce
oraz promotorowi pomocniczemu
Panu dr hab. inż. Andrzejowi Ziółkowskiemu
za życzliwość oraz nieocenioną pomoc
przy realizacji niniejszej pracy.

Pracę dedykuję Rodzinie.

Spis treści

Wprowadzenie	9
Tematyka pracy doktorskiej	9
Cel oraz teza pracy	11
Struktura pracy doktorskiej	12
Rozdział 1	
Zjawisko fotorefrakcyjne	16
1.1. Podstawowe właściwości efektu fotorefrakcyjnego	16
1.2. Transport fotorefrakcyjny – model standardowy	17
1.3. Zjawisko nieliniowego transportu elektronów	18
Rozdział 2	
Półprzewodnikowe wielokrotne studnie kwantowe	23
2.1. Określenie studni kwantowej	23
2.2. Funkcje falowe i poziomy energetyczne w studni kwantowej	24
2.3. Ekscytony i widmo absorpcji w strukturach wielokrotnych studni kwantowych	31
Rozdział 3	
Metody analizy pola ładunku przestrzennego w strukturach półprzewodnikowych	38
3.1. Równania transportu w ramach modelu pasmowego	38
3.2. Przykładowe rozwiązania numeryczne	40
3.3. Linearyzacja równań modelu PDDT – rozwiązanie analityczne	44
Rozdział 4	
Analiza pola elektrycznego w strukturze PR-MQW w geometrii mieszania dwóch fal	52
4.1. Wpływ natężenia zewnętrznego pola elektrycznego	52
4.2. Wpływ współczynnika kompensacji donorów	58
4.3. Wpływ zależności współczynnika pułapkowania nośników od pola elektrycznego	64

Rozdział 5

Analiza zjawiska fotorefrakcyjnego w obecności ruchomego rozkładu wzoru interferencyjnego w strukturach PR-MQW72

5.1. Interferencja fal o różnych częstościach.....72

5.2. Ruchomy wzór interferencyjny o małej głębokości modulacji.....73

5.3. Ruchomy wzór interferencyjny o dużej głębokości modulacji.....88

Podsumowanie.....92

Dodatek A

Wpływ implantacji protonami na fotoprzewodnictwo w strukturach PR-MQW94

Spis Rysunków101

Spis Tabel.....112

Wprowadzenie

Tematyka pracy doktorskiej

Przedmiotem niniejszej pracy jest analiza teoretyczna dynamiki procesów oraz wpływu zjawisk nieliniowych występujących podczas formowania się pola ładunku przestrzennego w niejednorodnie oświetlonych strukturach półizolacyjnych wielokrotnych studni kwantowych.

Zjawiska nieliniowe są silnie wpisane w naturę układów otaczającego nas świata. W rezultacie odgrywają ważną rolę w wielu gałęziach współczesnej nauki i techniki. Ich występowanie w niektórych dyscyplinach nauki jest traktowane jako efekt niepożądany. Inaczej jest w przypadku zjawisk badanych w niektórych gałęziach optyki. Poszukiwanie i charakteryzacja nowych, materiałów nieliniowych optycznie jest wyzwaniem, którego realizacji podejmuje się wiele grup badawczych na całym świecie. W niniejszej pracy opiszę pozytywny aspekt występowania około absorpcyjnych zjawisk nieliniowych w strukturach fotorefrakcyjnych wielokrotnych studni kwantowych, który umożliwia zastosowanie tych materiałów, na przykład w celu efektywnego przełączania i przetwarzania sygnałów świetlnych [1].

Zjawiskiem nieliniowym obserwowanym w półizolacyjnych studniach kwantowych jest efekt fotorefrakcyjny (PR). Polega on na indukowanej optycznie zmianie współczynnika załamania światła, która jest wynikiem kilku procesów. Pod wpływem niejednorodnego rozkładu natężenia światła oraz przepływu prądów dyfuzyjnych i unoszenia, w materiale fotoprzewodzącym powstaje niejednorodny rozkład ładunku, który jest źródłem wewnętrznego pola elektrycznego. Pole to, poprzez efekt elektrooptyczny wywołuje zmiany współczynnika załamania. Pierwsze prace poświęcone zjawisku fotorefrakcyjnemu pojawiły się już w latach 60 ubiegłego stulecia [2]. Niestety większość materiałów fotorefrakcyjnych nie znalazła zastosowań ze względu na długie czasy odpowiedzi, które są zwykle rzędu kilku sekund. Dzieje się tak, ponieważ proces kumulacji ładunków prowadzący do powstania pola wewnętrznego jest rozciągnięty

w czasie, a ruchliwość nośników nie przekracza wartości $\sim 1 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Do grupy ośrodków, które nie posiadają takiego ograniczenia należą półprzewodniki fotorefrakcyjne, takie jak arsenek galu (GaAs) czy fosforek indu (InP). Wysoka czułość (zjawisko może być obserwowane już przy natężeniach światła rzędu $\mu\text{W}/\text{cm}^2$) oraz krótki czas odpowiedzi liczony w μs [3, 4] czyni te materiały niezwykle interesującymi. Dzieje się tak, dzięki dużej ruchliwości elektronów, która dla objętościowego GaAs wynosi około $6000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ [5]. Kolejnymi cechami niezbędnymi do otrzymania efektu fotorefrakcyjnego są duża rezystywność ciemna materiału oraz występowanie efektu elektrooptycznego. Materiałem posiadającym wszystkie wyżej wymienione cechy są półizolacyjne fotorefrakcyjne wielokrotne studnie kwantowe (PR-MQW), charakteryzujące się podobną ruchliwością nośników, ale dużo silniejszym efektem elektrooptycznym niż spotykany w półprzewodnikach objętościowych.

Pierwsze publikacje opisujące zjawisko fotorefrakcyjne w strukturach PR-MQW pojawiły się na początku lat 90' [6, 7]. Model matematyczny opisujący mechanizm efektu fotorefrakcyjnego został opisany w pracy [8]. Zawiera on układ sprzężonych ze sobą równań różniczkowych, którego rozwiązanie wymaga zastosowania metod numerycznych. Znacząca część prac dotyczących rozwiązań tych równań poświęcona była analizie odpowiedzi materiału w przypadku oddziaływania dwóch fal, nazywanego mieszaniem dwufalowym (TWM, od *Two-Wave Mixing*). Zjawisko to zachodzi przy oświetleniu materiału dwiema monochromatycznymi falami spójnymi tworzącymi wzór interferencyjny, w którym nośniki wzbudzone w obszarach oświetlonych tworzą nierównomierny rozkład wewnętrznego pola elektrycznego. Pole to, poprzez efekt elektrooptyczny, zmienia współczynnik załamania światła. Ważną cechą mieszania dwóch fal w materiałach fotorefrakcyjnych jest możliwość uzyskania jednokierunkowego przepływu energii między interferującymi falami, czyli wzmocnienia fotorefrakcyjnego [9]. Przybliżone rozwiązania analityczne równań materiałowych dla geometrii TWM w stanie ustalonym, przedstawione zostały w pracach [8 – 14], a badania przeprowadzone z wykorzystaniem metod numerycznych w pracach [15 – 19]. W następnych latach zostały zaprezentowane artykuły rozszerzające układ równań materiałowych tak, aby uwzględnił możliwość występowania dwóch rodzajów nośników, elektronów i dziur, oraz większej liczby

donorowych i akceptorowych poziomów energetycznych [20, 21]. Kolejnym ważnym krokiem było wprowadzenie w układzie doświadczalnym, przeznaczonym do badania oddziaływania dwóch fal, ruchomego wzoru interferencyjnego. Wyniki doświadczenia, w którym otrzymano wyższe wzmocnienie fotorefrakcyjne niż w przypadku nieruchomego rozkładu natężenia światła, przedstawiono w pracy [22], natomiast analizę zjawiska z wykorzystaniem metody opartej na linearyzacji równań różniczkowych w [23].

Najważniejsze właściwości i możliwości zastosowania struktury PR-MQW, na przykład w holografii dynamicznej lub do całkowicie optycznego przetwarzania sygnałów, przedstawione zostały w przeglądowej pracy [1]. Od tamtej pory zaproponowano i zademonstrowano wiele zastosowań [8, 24 - 26], w tym możliwość wykorzystania struktury PR-MQW w geometrii falowodowej do generowania solitonów przestrzennych [27].

Pomimo istnienia licznych interesujących prac związanych z właściwościami fotorefrakcyjnymi PR-MQW, nie został przedstawiony w pełni satysfakcjonujący i zgodny z wynikami doświadczeń opis teoretyczny niektórych występujących w nich zjawisk. W szczególności brakowało analizy numerycznej procesu formowania się pola ładunku przestrzennego i jego przesunięcia względem wzoru interferencyjnego w przypadku ruchomej siatki. Niewystarczająco był też zbadany wpływ parametrów materiałowych takich jak współczynnik pułapkowania oraz współczynnik kompensacji donorów na ewolucję pola ładunku przestrzennego.

Cel oraz teza pracy

Głównym celem niniejszej pracy doktorskiej było uzupełnienie wyników wcześniejszych prac dotyczących mieszania dwufalowego w strukturach PR-MQW oraz udoskonalenie metod ich analizy, w tym między innymi

- porównanie dwóch sposobów rozwiązywania równań opisujących badane zjawiska, metody analitycznej i numerycznej, oraz określenie zakresu ich stosowalności,

- analiza dynamiki zaindukowanych optycznie rozkładów: koncentracji nośników ładunku, koncentracji zjonizowanych pułapek oraz wewnętrznego pola elektrycznego dla różnych warunków eksperymentu,
- zbadanie jaki wpływ na zjawiska fotorefrakcyjne mają parametry materiałowe struktury takie jak rodzaj i koncentracje domieszek oraz współczynnik pułapkowania nośników,
- rozbudowanie stosowanego wcześniej modelu numerycznego tak, aby uwzględniał ruchomy wzór interferencyjny,
- porównanie otrzymanych wyników obliczeń numerycznych z wynikami doświadczalnymi [22] i przybliżonymi obliczeniami wykonanymi metodą opartą na linearyzacji równań [23].

W pracy przyjęta została teza:

Rozbudowa modelu numerycznego stosowanego do opisu właściwości fotorefrakcyjnych wielokrotnych studni kwantowych umożliwi przeprowadzenie dokładniejszej analizy zachodzących w nich zjawisk oraz otrzymanie lepszej zgodności rezultatów obliczeń z wynikami eksperymentalnymi.

Struktura pracy doktorskiej

Aby zrealizować cel pracy przeprowadzono obliczenia analityczne i numeryczne, porównując ich wyniki i sprawdzając zakres stosowalności oraz zgodność z wynikami doświadczeń. Praca składa się z sześciu rozdziałów.

- W pierwszym rozdziale został przedstawiony opis zjawiska fotorefrakcyjnego oraz jego model matematyczny z uwzględnieniem transportu nieliniowego elektronów w strukturach półprzewodnikach.
- W drugim rozdziale zaprezentowano model „skończonej” studni kwantowej, wyznaczono wartości poziomów energetycznych i funkcje falowe oraz oszacowano możliwość tunelowania nośników między studniami w przypadku struktury analizowanej w niniejszej pracy. Opisano wpływ ekscytonów na widmo absorpcji i właściwości elektrooptyczne struktury PR-MQW.

- W rozdziale trzecim zawarto opis metod analizy pola ładunku przestrzennego w strukturach półprzewodnikowych: zaprezentowano model transportu pasmowego (PDDT) oraz dwie metody rozwiązania układu równań – analityczną, związaną z linearyzacją równań oraz numeryczną opartą na metodzie różnic skończonych.
- W rozdziale czwartym zaprezentowano wyniki analizy wewnętrznego pola elektrycznego w geometrii mieszania dwóch fal. W szczególności zbadano wpływ parametrów materiałowych struktury (współczynnik kompensacji donorów, współczynnik pułapkowania nośników) oraz natężenia światła i okresu przestrzennego siatki interferencyjnej na dynamikę przebiegu zjawisk nieliniowych w PR-MQW.
- W rozdziale piątym opisano układ równań transportu nośników w przypadku ruchomego wzoru interferencyjnego i jego rozwiązania dla małej (metoda analityczna) oraz dowolnej (metoda numeryczna) głębokości modulacji rozkładu natężenia światła. Przedstawiono wpływ wartości parametrów materiałowych struktury na wartość optymalnej prędkości prążków interferencyjnych oraz na przesunięcie pola ładunku przestrzennego względem rozkładu natężenia światła.
- Pracę kończy podsumowanie.
- Dodatek A prezentuje wyniki pomiarów charakterystyk prądowo-napięciowych oraz analizę wpływu implantacji protonami na fotoprzewodnictwo w strukturach PR-MQW, przez porównanie otrzymanych wyników z charakterystykami teoretycznymi.

Bibliografia – Wprowadzenie

1. Nolte D. D., "Semi-insulating semiconductor heterostructures: Optoelectronic properties and applications" *J. Appl. Phys.* **85**, 6259, (1999)
2. Ashkin A., Boyd G. D., Dziedzic J. M., Smith R. G., Ballman A. A., Levinstein J. J., Nassau K., "Optically-induced refractive index inhomogeneities in LiNbO and LiTaO", *App. Phys. Lett.* **9**, 72 (1966)
3. Yeh P., "Introduction to Photorefractive Nonlinear Optics", (Wiley, NY, 1993)

4. Feinberg J., "Photorefractive nonlinear optics," *Phys. Today* **41**, 46 (1988)
5. Wang Q., Brubaker R. M. and Nolte D. D., "Photorefractive phase shift induced by hot-electron transport: multiple-quantum-well structures," *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 1773-1779 (1994)
6. Glass A. M., Nolte D. D., Olson D. H., Chemla D. S., Knox W. H., "Resonant photodiffractive four-wave mixing in semi-insulating GaAs/AlGaAs quantum wells," *Opt. Lett.* **15**, 264 (1990)
7. Nolte D. D., Olson D. H., Doran G. E., Knox W. H., Glass A. M., "Resonant photodiffractive effect in semi-insulating multiple quantum wells," *J. Opt. Soc. Am. B* **7**, 2217 (1990)
8. Huignard J. P., Gunter P. in: "Photorefractive Materials and Their Applications I" ed. by Huignard J. P., Gunter P., (Springer – Verlag, Berlin, Heidelberg 1988)
9. Nolte D.D., Melloch M.R., Chap. 7 in: "Photorefractive effects and Materials", ed. by D. D. Nolte, (Kluwer Academic, Boston, 1995)
10. Kukhtarev N. V., Buchhave P., and Lyuksyutov S. F., "Optical and electrical properties of dynamic holographic gratings with arbitrary contrast" *Phys. Rev. A* **55** 3133 (1997)
11. DelRe E., Ciattoni A., Crosignani B., "Approach to space-charge field description in photorefractive crystals" *J. Opt. Soc. Am. B* **15**, 1469 (1998)
12. Vaveliuk P., Ruiz B., Bolognini N., "Analysis of the steady-state photorefractive harmonic gratings" *Phys. Rev. B* **59**, 10985 (1999)
13. Vachs F., Hesselink L., "Nonlinear photorefractive response at high modulation depth," *J. Opt. Soc. Am. B* **5**, 690 (1988)
14. Serrano E., Carrascosa M., Agulló-López F., "Analytical and numerical study of photorefractive kinetics at high modulation depths" *J. Opt. Soc. Am. B* **13**. 2587 (1996)
15. Au L. B., Solymar L., „Space-charge field in photorefractive materials at large modulation," *Opt. Lett.* **13**, 660 (1988)
16. Serrano E., López V., Carrascosa M., Agulló-López F., "Steady state photorefractive gratings in LiNbO₃ for strong light modulation depths" *IEEE Quantum Electron.* **30**, 875 (1994)

17. Singh N., Nadar S. P., Banarjee P. P., "Time-dependent nonlinear photorefractive response to sinusoidal intensity gratings," *Opt. Commun.* **136**, 487 (1997)
18. Buchhave P., "Computer simulation of multiple dynamic photorefractive gratings," *J. Opt. Soc. Am. B* **15**, 1865 (1998)
19. Serrano E, López V., Carrascosa M. and Agulló-López F. "Recording and erasure kinetics in photorefractive materials at high modulation depths" *J. Opt. Soc. Am. B* **11**, 670 (1994)
20. Wichtowski M., Weinert-Rączka E., „Temporal response of photorefractive multiple quantum wells in Franz-Keldysh geometry", *Opt. Commun.* **281**, 1233 (2008)
21. Wichtowski M., "Perturbative approach to space-charge field dynamics in photorefractive semiconductors", *J. Opt.* **14**, 045201 (2012)
22. Balasubramanian S., Lahiri I., Ding Y., Melloch M. R., Nolte D. D., "Two-wave-mixing dynamics and nonlinear hot-electron transport in transverse-geometry photorefractive quantum wells studied by moving gratings", *Appl. Phys. B* **68**, 863–869 (1999)
23. Wichtowski M., "Wave mixing analysis in photorefractive quantum wells in the Franz–Keldysh geometry under a moving grating", *Appl. Phys. B* **115**, 505–516 (2014)
24. Feng Y., Zheng Y., Cao J., Shang C., Wan W. "Phase-controlled two-wave mixing in a moving grating" *J. Opt. Soc. Am. B* **33**, 105-109 (2016)
25. Herrera R. A., Ocampo C. A. A., "Effects of geometry and doping level on dispersion and spectrum in GaAs/AlGaAs quantum well waveguide for the near-IR region", *JNOPM* **26**, 1750031 – 1750041 (2017)
26. Zhao Y., Tao C., Xiao J., Wang H., Jiang X., "Enhancement of two-wave mixing gain coefficient by resonant mechanism in photorefractive semiconductor" *Optik* **247**, 167894 (2021)
27. Ziółkowski A., Weinert-Rączka E., "Spatial solitons in biased photorefractive media with quadratic electro-optic effect," *Opto-Electr. Rev.* **13**, 135 (2005)

Rozdział 1

Zjawisko fotorefrakcyjne

1.1. Podstawowe właściwości efektu fotorefrakcyjnego

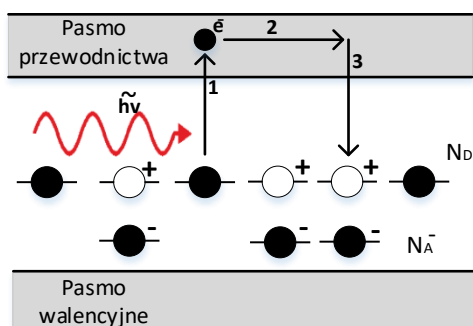
Zjawisko fotorefrakcyjne polega na zmianie współczynnika załamania oraz współczynnika absorpcji pod wpływem światła o niejednorodnym rozkładzie natężenia. Niejednorodna fotogeneracja, przemieszczanie się i rekombinacja nośników ładunku powodują powstawanie wewnętrznego pola elektrycznego, które zmienia parametry optyczne materiału. Efekt fotorefrakcyjny może być obserwowany w materiałach, które mają wysoką rezystywność ciemną, wykazują fotoprzewodnictwo oraz efekt elektrooptyczny.

Podstawowymi cechami zjawiska są:

- zależność właściwości optycznych materiału od gradientu oświetlenia – niejednorodne oświetlenie prowadzi do powstania wewnętrznego pola elektrycznego i spowodowanych nim zmian współczynników absorpcji i refrakcji. Zmiany te zależą w głównej mierze od niejednorodności rozkładu przestrzennego wiązki światła, mniejszy wpływ ma sama wartość natężenia światła, od której zależy szybkość procesu,
- nielokalność zarówno czasowa jak i przestrzenna – zmiany wartości parametrów ośrodka obserwuje się z pewnym opóźnieniem. Często występuje też ich przesunięcie w stosunku do rozkładu natężenia światła,
- wysoka czułość – do powstania efektu fotorefrakcyjnego potrzeba niewielkich mocy optycznych ($\sim \text{mW/cm}^2$), ale konieczność wytworzenia wystarczającego ładunku przestrzennego przy niskim natężeniu światła wydłuża czas odpowiedzi materiału do milisekund.

1.2. Transport fotorefrakcyjny – model standardowy

Efekt fotorefrakcyjny opisywany jest zwykle za pomocą modelu transportu pasmowego (*band transport model*), w którym nośniki ładunku wzbudzone są do pasm energetycznych, w których mogą się swobodnie przemieszczać. Zakładane jest występowanie w paśmie zabronionym dwóch poziomów energetycznych, jednego głębokiego, związanego z domieszkami o koncentracji N_{DD} (deep dopants) typu donorowego lub akceptorowego oraz jednego płytkiego, wywołanego przez domieszki o koncentracji N_{SD} (shallow dopants) przeciwnego typu. Istotne jest, aby następowała całkowita kompensacja płytkich domieszek, to znaczy aby koncentracja głębokich domieszek była większa od koncentracji płytkich domieszek ($N_{DD} > N_{SD}$), co jest istotne dla zapewnienia niskiego przewodnictwa ciemnego. Głębokie domieszki pełnią rolę centrów światłoczułych oraz centrów pułapkowych w zależności od stanu jonizacji. Domieszki płytke są całkowicie skompensowane, nie biorą udziału w zjawisku fotorefrakcyjnym, ale zapewniają początkową niezerową koncentrację zjonizowanych głębokich domieszek. W modelu standardowym Kukhtarewa – Vinetskiego [1.1, 1.2], który jest jednym z najprostszyc i najczęściej spotykanym w literaturze, zakładany jest jeden poziom głębokich domieszek typu donorowego oraz jeden rodzaj nośników, którym są elektrony. Wynika to z faktu, że w większości przypadków, transport w materiałach fotorefrakcyjnych jest typu elektronowego. Schemat pasmowy powyższego modelu jest przedstawiony na rysunku 1.1.



Rys. 1.1. Model pasmowy transportu fotorefrakcyjnego w materiale z przewodnictwem elektronowym i jednym poziomem głębokich pułapek. (1) generacja (wzbudzone za pomocą światła elektrony przechodzą do pasma przewodnictwa. (2) transport (swobodne elektrony przemieszczają się w wyniku dryftu i dyfuzji), (3) rekombinacja (swobodne nośniki wychwytywane są przez zjonizowane donory). Całkowicie skompensowane płytke akceptory zapewniają początkową niezerową koncentrację pułapek dla elektronów.

Zjawisko fotorefrakcyjne składa się z czterech następujących procesów:

- **generacja nośników** – w obszarach oświetlonych elektrony z głębokich poziomów donorowych, poprzez fotojonizację, przenoszone są do pasma przewodnictwa.
- **transport nośników** – niejednorodny rozkład koncentracji generowanych nośników powoduje dyfuzję a pole elektryczne dryft elektronów.
- **pułapkowanie nośników** – elektrony z pasma przewodnictwa wychwytywane są przez zjonizowane pułapki donorowe. W obszarach oświetlonych donory są ponownie jonizowane, w obszarach nieoświetlonych proces ten nie jest możliwy, co prowadzi do nierównomiernego rozkładu ładunku, który jest źródłem wewnętrznego pola elektrycznego, czyli pola ładunku przestrzennego E_{SC} (*space-charge field*).
- **efekt elektrooptyczny** - całkowite pole elektryczne występujące w strukturze jest sumą pola elektrycznego przyłożonego do struktury (E_A) oraz pola ładunku przestrzennego E_{SC} . Poprzez efekt elektro-optyczny (zjawisko Pockelsa lub zjawisko Kerra) następuje lokalna modyfikacja właściwości optycznych materiału – zmiana współczynnika absorpcji oraz współczynnika załamania światła.

1.3. Zjawisko nieliniowego transportu elektronów

W przebiegu zjawiska fotorefrakcyjnego istotnym elementem jest transport nośników ładunku. W półizolacyjnych studniach kwantowych pracujących w zewnętrznym polu elektrycznym dominujące znaczenie ma transport związany z prądem unoszenia. W przypadku struktur zawierających półprzewodniki o strukturze pasmowej podobnej do GaAs, zależność pomiędzy prędkością elektronów a natężeniem pola elektrycznego jest liniowa jedynie do pewnej krytycznej wartości. W zakresie pól elektrycznych przewyższających wartość krytyczną E_c zależność pomiędzy prędkością elektronów, a natężeniem pola elektrycznego staje się silnie nieliniowa. Związane jest to ze wzrostem średniej energii kinetycznej elektronów, co można opisywać jako wzrost „temperatury

elektronowej”, czyli „nagrzewanie się” gazu elektronowego. Zjawisko to często nazwane jest efektem gorących elektronów (*hot electron effect*).

Wzrost temperatury elektronowej można opisać opierając się na równaniu bilansu energetycznego w stanie quasi-równowagi [1.3, 1.4]. Ilość energii w jednostce czasu uzyskiwana przez nośnik w polu elektrycznym jest równa szybkości strat energii w zderzeniach z defektami sieci kryształu:

$$T_e(E) = T_L + \frac{2q\tau_r v_e(E)}{3k_B} E \quad (1.1)$$

gdzie, $T_e(E)$ określa temperaturę elektronową zależną od natężenie pola elektrycznego, T_L temperaturę sieci, natomiast $v_e(E)$ jest prędkością unoszenia elektronów, również zależną od E . Wartość τ_r nosi nazwę średniego czasu relaksacji zderzeniowej i jest rzędu (0,1 – 1,0 ps) [1.3, 1.4], q jest ładunkiem elementarnym, natomiast k_B jest stałą Boltzmannna.

Jeśli w paśmie przewodnictwa istnieją minima boczne o energii wyższej niż główne minimum, to część „gorących” elektronów jest przenoszona jest do tych minimów, w przypadku GaAs z doliny centralnej Γ do wyżej położonych dolin bocznych L , a przy bardzo silnych polach do L oraz X . W prostym dwudolinowym modelu [1.4] ruchliwość elektronów jest przedstawiana jako średnia ważona:

$$\mu_e(E) = \mu_\Gamma f(E) + \mu_L [1 - f(E)] \quad (1.2)$$

gdzie μ_Γ , μ_L określają ruchliwość elektronów w dolinie centralnej i bocznej, natomiast $f(E) = n_\Gamma / (n_\Gamma + n_L)$ jest funkcją rozkładu wyrażającą względne obsadzenie doliny centralnej. Stosunek obsadzeń między dolinami może być wyrażony w przybliżeniu rozkładem Boltzmannna [1.5, 1.6, 1.7]. Funkcja rozkładu $f(E)$ przyjmuje postać:

$$f(E) = \{1 + R \cdot \exp [-\Delta E / k_B T_e(E)]\}^{-1} \quad (1.3)$$

gdzie, R jest stosunkiem gęstości stanów w dolinach centralnych i bocznych (dla GaAs $R \cong 94$) [1.8], ΔE jest różnicą energii minimów centralnego Γ i bocznego L ($\Delta E = 0.31 \text{ eV}$). Funkcję rozkładu $f(E)$ dla GaAs można aproksymować za pomocą funkcji [1.7]

$$f(E) = \left[1 + \left(\frac{E}{E_c} \right)^a \right]^{-b} \quad (1.4)$$

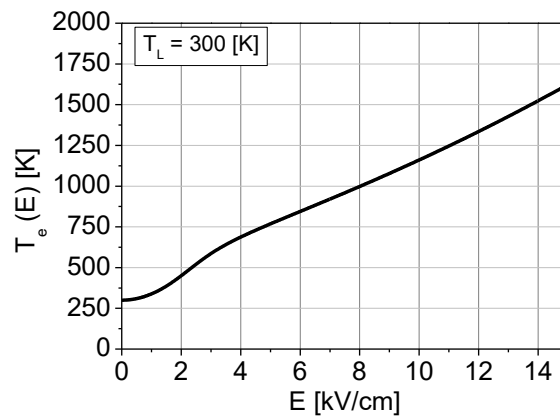
dla temperatury sieci $T_{L(GaAs)} = 300 \text{ K}$ oraz średniego czasu relaksacji energii $\tau_{r(GaAs)} = 1 \text{ ps}$ współczynniki te wynoszą $a = 5.6$ $b = 0.25$ oraz $E_c = 2.8 \text{ kV/cm}$.

Pozostałe wielkości używane dalej do wyznaczenia ruchliwości oraz prędkości unoszenia gorących elektronów, przedstawione w Tabeli 1.1, zostały ustalone na podstawie [1.5, 1.9].

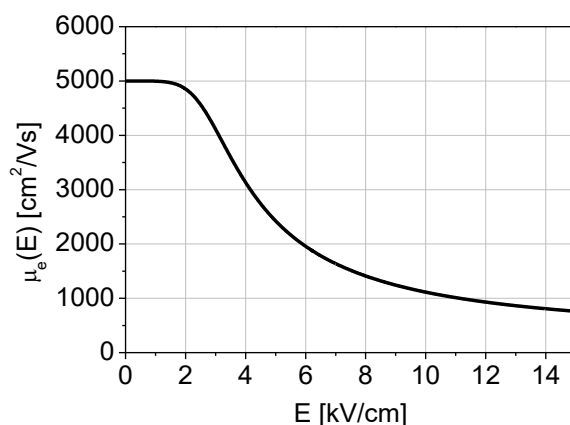
Tabela 1.1. Parametry materiałowe dla elektronów w strukturze Ga/As

Masa efektywna elektronów dla minimum Γ	$m_1^* = 0.067 m_0$
Masa efektywna elektronów dla minimum L	$m_2^* = 0.55 m_0$
Ruchliwość elektronów w dolinie L	$\mu_L = 5000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$
Ruchliwość elektronów w dolinie Γ	$\mu_\Gamma = 300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$

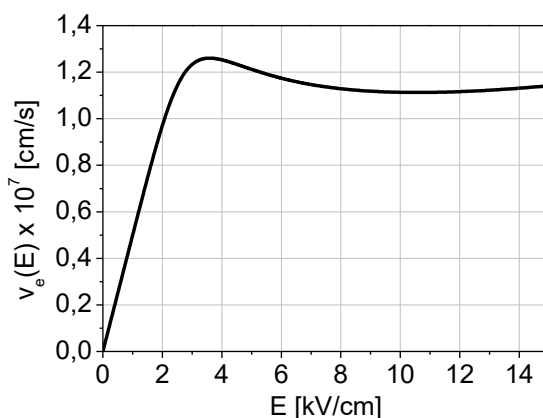
Zależności temperatury elektronowej, średniej ruchliwości i prędkości elektronów od pola elektrycznego zostały przedstawione na poniższych rysunkach:



Rys. 1.2. Zależność temperatury elektronowej T_e od natężenia pola elektrycznego dla arsenku galu (obliczenia własne)



Rys. 1.3. Zależność średniej ruchliwości elektronów od natężenia pola elektrycznego dla arsenku galu. (obliczenia własne)



Rys. 1.4. Zależność średniej prędkości unoszenia elektronów od natężenia pola elektrycznego dla arsenku galu

Obserwuje się, że dla pól elektrycznych o natężeniu z zakresu $7 - 10 \text{ kV/cm}$ wartość temperatury elektronowej kilkakrotnie przekracza temperaturę sieci $T_L = 300 \text{ K}$ (Rys. 1.2). Prędkość unoszenia elektronów wzrasta liniowo z polem do wartości krytycznej E_c . Powyżej tej wartości prędkość rośnie coraz wolniej, a po osiągnięciu wartości maksymalnej lekko spada i zaczyna być słabo zależna od pola. W wyniku tego ruchliwość różniczkowa określona jako $\mu_{diff} = dv_e/dE$ w pewnym zakresie pól elektrycznych od około $(4 - 10) \text{ kV/cm}$ przyjmuje wartość ujemną, co powoduje występowanie ujemnej przewodności różniczkowej oraz ujemnego oporu różniczkowego (*NDR - negative differential resistivity*).

Bibliografia – Rozdział 1

- 1.1. Yeh P., Chapt. 3. in: "Introduction to Photorefractive Nonlinear Optics", ed. by Yeh P., (Wiley, New York, 1993)
- 1.2. Nolte D. D., Chapt.1 in: "Photorefractive effect and Materials", ed. by Nolte D. D., (Boston, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers 1995).
- 1.3. Seeger K., Chapt. 1 in: "Semiconductors Physics – An Introduction", ed. by Seeger K., (Springer-Verlag, Berlin, 1991)
- 1.4. Sze S. M., Chapt. 1 in: "Physics of Semiconductors Devices", ed. by Sze S. M, Kwok K Ng, (Wiley, New York, 1981)
- 1.5. Wang Q., Brubaker R. M. and Nolte D. D., "Photorefractive phase shift induced by hot-electron transport: Multiple-quantum-well structures", *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 1773 (1994)
- 1.6. Balasubramanian S., Lahiri I., Ding Y., Melloch N., Nolte D. D, "Two-wave-mixing dynamics and nonlinear hot-electron transport in transverse-geometry photorefractive quantum wells studied by moving gratings", *Appl. Phys. B* **68**, 863 (1999)
- 1.7. Wichtowski M., Weinert-Rączka E., "Temporal response of photorefractive multiple quantum wells in Franz-Keldysh geometry", *Opt. Commun.* **281**, 1233 (2008)
- 1.8. Sze S. M., Chapt. 11 in: "Physics of Semiconductors Devices", ed. by Sze S. M, Kwok K Ng, (Wiley, New York, 1981)
- 1.9. Luryi S., Chapt. 17 in: "Hot electrons in semiconductors: physics and devices", ed. by Balkan N., (Oxford University Press 1997)

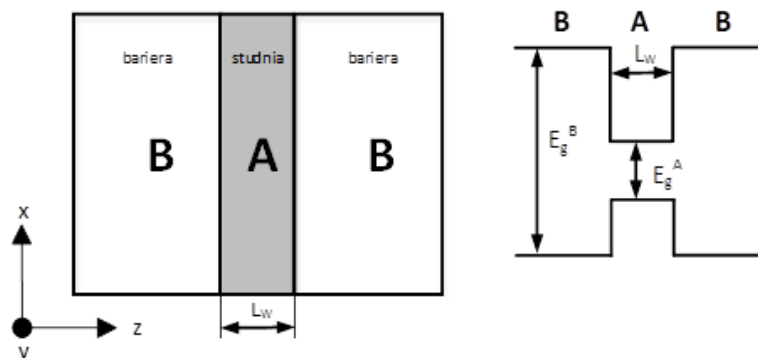
Rozdział 2

Półprzewodnikowe wielokrotne studnie kwantowe

2.1. Określenie studni kwantowej

Dzięki rozwojowi metod produkcji materiałów elektronicznych i optoelektronicznych możliwe stało się wytwarzanie warstw półprzewodników o bardzo małych grubościach (rzędu pojedynczych nanometrów). Dzięki technikom takim jak **MBE** (*Molecular Beam Epitaxy*) czy **MOCVD** (*Metal Organic Chemical Vapor Deposition*) produkowane są struktury o określonej grubości, składzie chemicznym oraz orientacji sieci krystalicznej. Przykładem mogą być układy studni kwantowych (**QW** – *Quantum Wells*), które znajdują szerokie zastosowanie w optoelektronice, między innymi w laserach półprzewodnikowych, modulatorach światła czy w fotodetektorach.

Najprostszego typu pojedyncza studnia kwantowa złożona jest z półprzewodnika A (studni) – o węższej przerwie energetycznej, który jest „otoczony” przez warstwy półprzewodnika B (bariery), charakteryzującego się szerszą przerwą energetyczną. Struktura pojedynczej studni kwantowej typu I (elektrony i dziury uwięzione w tej samej warstwie), została pokazana na rysunku 2.1.



Rys. 2.1. Budowa oraz schemat energetyczny studni kwantowej typu I o szerokości L_w oraz przerwach energetycznych E_g^A , E_g^B odpowiednio dla półprzewodnika A oraz B.

Cechą charakterystyczną studni kwantowej jest kwantowe uwięzienie nośników ładunku w jej strukturze. Aby to zjawisko było możliwe, studnia musi mieć odpowiednie rozmiary. Szerokość studni L_w powinna być porównywalna z długością fali de Broglie'a elektronów w półprzewodniku [2.1]:

$$L_w \approx \hbar / (m_e^* k_B T)^{1/2} \quad (2.1)$$

gdzie m_e^* jest masą efektywną elektronu, $\hbar = h/2\pi$, h jest stałą Plancka, k_B stałą Boltzmanna, natomiast T jest temperaturą wyrażoną w kelwinach. Dla rozpatrywanych w niniejszej pracy studni kwantowych, w których materiałem „A” jest arsenek galu, masa efektywna elektronu wynosi $m_e^* = 0.069m_0$, co w temperaturze pokojowej (300 K) daje szerokość studni $L_w \approx 7 \text{ nm}$.

Jednym z istotnych parametrów determinujący dobór materiałów A i B jest różnica stałych sieci, mająca wpływ na powstawanie dyslokacji i naprężeń na granicy materiałów. Parametrem opisującym wybraną parę materiałów jest niedopasowanie sieciowe, zdefiniowane jako N_s :

$$N_s = \frac{2|a_A - a_B|}{a_A + a_B} \cdot 100\% \quad (2.2)$$

gdzie a_A oraz a_B są stałymi sieciowymi materiałów.

Odpowiedni dobór struktur jest istotny, ponieważ nawet niewielki stopień niedopasowania sieciowego powoduje dyslokacje sieciowe [2.2]. Do heterostruktur posiadających mały stopień niedopasowania należą studnie kwantowe oparte na układzie GaAs/Al_xGa_{1-x}As. Ze względu na zbliżone wartości stałych sieci: $a_{\text{GaAs}} = 5.6531 \text{ \AA}$ oraz $a_{\text{AlAs}} = 5.6622 \text{ \AA}$ stopień niedopasowania takich struktur nie przekracza $N_s \approx 0.16\%$. W badaniach opisanych w niniejszej pracy wykorzystywana jest powyższa odmiana studni.

2.2. Funkcje falowe i poziomy energetyczne w studni kwantowej

Funkcje falowe cząstki uwięzionej w cienkiej warstwie półprzewodnika (Rys. 2.2) można wyznaczyć opierając się na prostym modelu cząstki w prostokątnej studni

potencjału [2.3]. Rozważamy wówczas jednowymiarowe stacjonarne równanie Schrödingera, którego część przestrzenna dla cząstki o masie efektywnej m_i^* jest postaci:

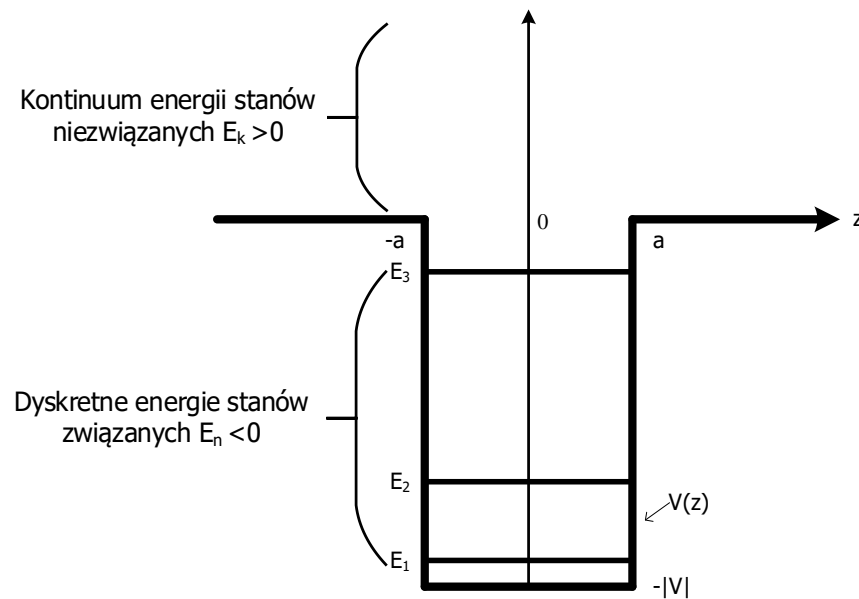
$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m_i^*} \frac{d^2}{dz^2} + V_i(z) \right] \varphi(z) = E\varphi(z) \quad (2.3)$$

gdzie indeks i odnosi się do elektronów (e) oraz dziur (h), $V(z)$ opisuje rozkład energii potencjalnej w strukturze studni, φ jest funkcją falową cząstki o energii E .

Po uporządkowaniu, równanie przyjmuje postać:

$$\frac{d^2}{dz^2} \varphi(z) = -k^2(z)\varphi(z) \quad (2.4)$$

gdzie $k^2 = \frac{2m_i^*}{\hbar^2} (E - V)$



Rys. 2.2. Schemat skończonej prostokątnej studni potencjału.

W przypadku prostokątnej studni potencjału można podzielić strukturę na trzy obszary (I – III) o stałych wartościach energii potencjalnej: $V_I = V_{III} = 0$, $V_{II} = -|V|$ [na podstawie 2.2].

Rozwiązania równania (2.4) spełniające warunki ciągłości w punktach $z = a$, $z = -a$ dla funkcji falowej φ i jej pierwszej pochodnej dzielą się na parzyste i nieparzyste.

$$\begin{cases} 2i \cdot B \cdot \cos(ka)e^{\kappa(z+a)} = \varphi_I \\ 2i \cdot B \cdot \cos(kz) = \varphi_{II} \\ 2i \cdot B \cdot \cos(ka)e^{-\kappa(z-a)} = \varphi_{III} \end{cases} \quad \text{gdzie } \kappa = k \cdot \operatorname{tg}(ka) \quad (2.5a)$$

oraz

$$\begin{cases} -2i \cdot B \cdot \sin(ka)e^{\kappa(z+a)} = \varphi_I \\ 2i \cdot B \cdot \sin(kz) = \varphi_{II} \\ 2i \cdot B \cdot \sin(ka)e^{-\kappa(z-a)} = \varphi_{III} \end{cases} \quad \text{gdzie } -\kappa = k \cdot \operatorname{ctg}(ka) \quad (2.5b)$$

Funkcje własne (2.5a) oraz (2.5b) opisują stany związane, więc nakładając warunek normalizacyjny $\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi|^2 dz = 1$ można określić wartość stałej B.

Wartości k i odpowiadające im energie dla parzystych stanów własnych można wyznaczyć za pomocą układu równań:

$$\begin{cases} \zeta \operatorname{tg} \zeta = -\eta \\ \zeta^2 + \eta^2 = \varrho^2 \end{cases} \quad \text{gdzie } \frac{2m_i^* a^2 |V_i|}{\hbar^2} \equiv \varrho_i^2 \quad (2.6)$$

gdzie k i κ przedstawiono za pomocą bezwymiarowych liczb falowych: $\zeta = ka$ oraz $\eta = \kappa a$, natomiast m_i^* odpowiednio dla indeksów e, hh, lh - jest masą efektywną elektronów, ciężkich dziur oraz lekkich dziur. Interpretacją geometryczną układu równań (2.6) są punkty przecięcia krzywych opisanych równaniem pierwszym z okręgiem o promieniu ϱ opisanym równaniem drugim.

Dla nieparzystych stanów własnych dozwolone wartości k są związane z punktami przecięcia krzywych opisanych równaniami (2.7):

$$\begin{cases} \zeta \operatorname{ctg} \zeta = -\eta \\ \zeta^2 + \eta^2 = \varrho^2 \end{cases} \quad (2.7)$$

Dla studni kwantowej opartej na układzie materiałowym GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As zarówno niższa energia dna pasma przewodnictwa jak i wyższa energia wierzchołka pasma walencyjnego występują w GaAs. Nieciągłość pasma przewodnictwa wynosi w przybliżeniu $\Delta E_c = 0.64\Delta E_g$, a pasma walencyjnego $\Delta E_v = 0.36\Delta E_g$ gdzie ΔE_g jest różnicą szerokości przerw energetycznych obu

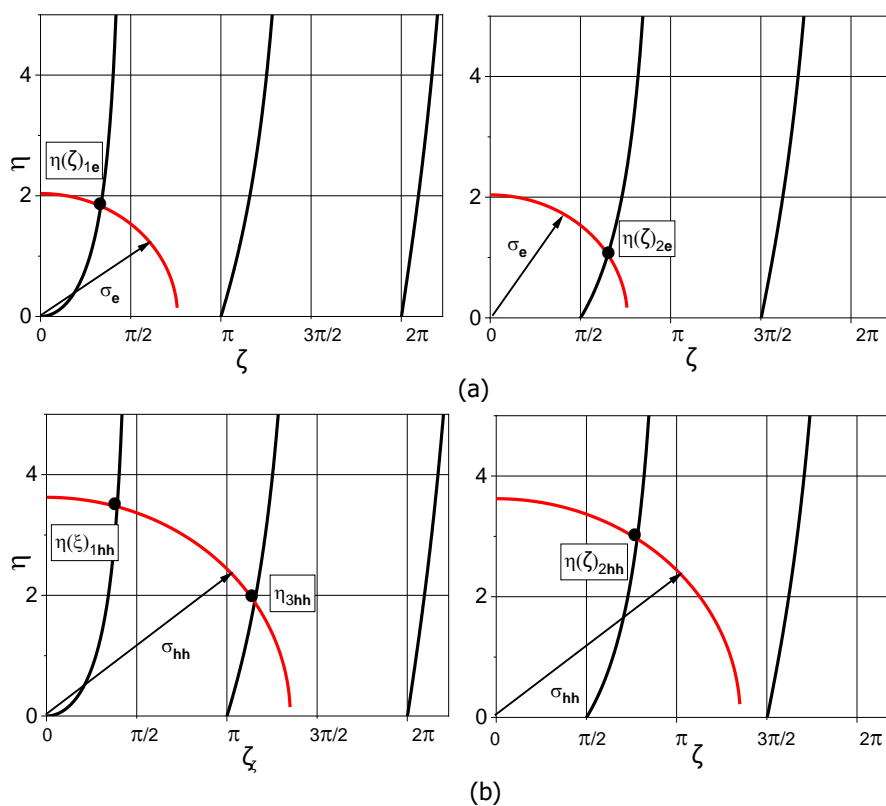
materiałów [2.1]. Pozwala to na wyznaczenie wartości E w paśmie przewodnictwa i w paśmie walencyjnym.

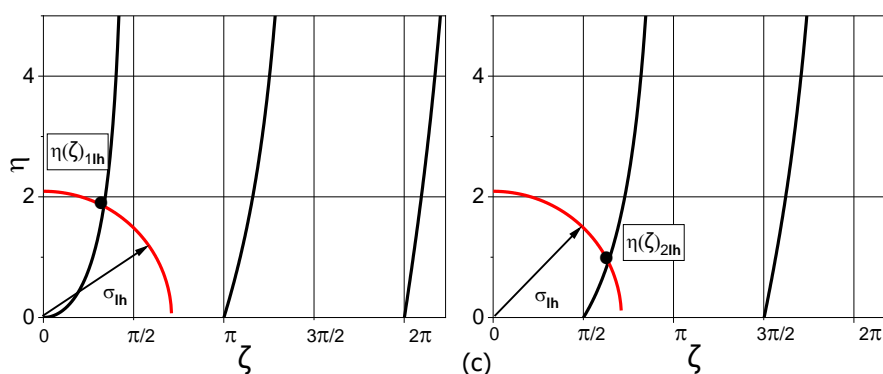
Masy efektywne nośników oraz wartości ϱ_i dla studni o szerokości $L_w = 7.5 \text{ nm}$ zostały zamieszczone w Tabeli 2.1.

Tabela 2.1. - Masy efektywne nośników oraz wartości ϱ_i dla studni kwantowej

	elektrony (e)	ciężkie dziury (hh)	Lekkie dziury (lh)
Masa efektywna	$m_e^* = 0,067m_0$	$m_{hh}^* = 0,34m_0$	$m_{lh}^* = 0,094m_0$
ϱ_i	$\varrho_e = 2,3859$	$\varrho_{hl} = 4,2435$	$\varrho_{lh} = 2,2313$

Rozwiązania graficzne układów równań dla stanów nieparzystych (2.6) oraz parzystych (2.7) odpowiednio dla elektronów (a), ciężkich dziur (b) oraz lekkich dziur (c) przedstawia rysunek 2.3.





2.3. Rozwiązanie graficzne układów równań (2.6), (2.7) dla stanów parzystych oraz nieparzystych dla elektronów (a), ciężkich dziur (b) oraz lekkich dziur (c).

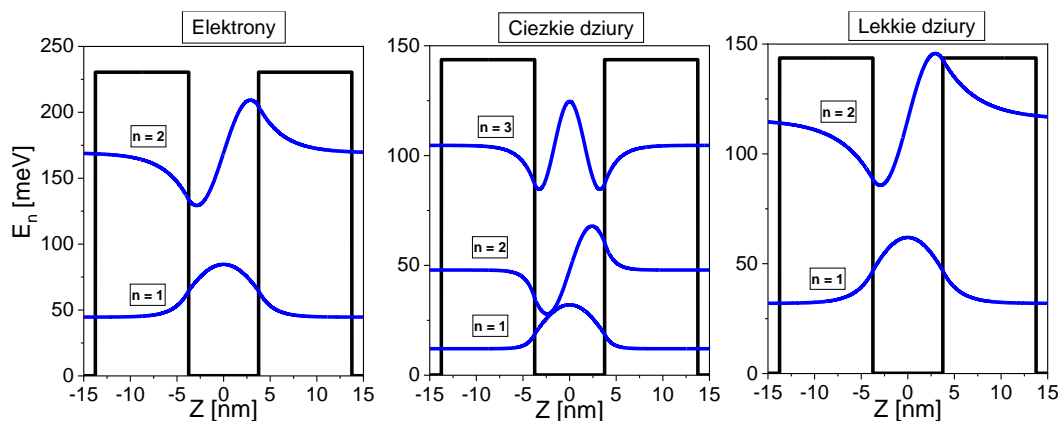
Wartości liczb falowych ζ otrzymanych z rozwiązań graficznych (2.6), (2.7) oraz odpowiadające im wartości energii poszczególnych stanów przedstawiono w Tabeli 2.2.

Tabela 2.2. Liczby falowe ζ oraz odpowiadające im poziomy energetyczne

Rodzaj nośnika		Elektrony	Ciężkie dziury	Lekkie dziury
Liczba falowa ζ	Poziom 1	$\zeta_{1e} = 1,0498$	$\zeta_{1hh} = 1,2301$	$\zeta_{1lh} = 1,0524$
	Poziom 2	$\zeta_{2e} = 2,0449$	$\zeta_{2hh} = 2,4501$	$\zeta_{2lh} = 2,0026$
	Poziom 3		$\zeta_{3hh} = 3,6222$	
Energia poziomu [meV]	Poziom 1	$E_{1e} = 44,62$	$E_{1hh} = 12,07$	$E_{1lh} = 31,96$
	Poziom 2	$E_{2e} = 169,29$	$E_{2hh} = 47,884$	$E_{2lh} = 115,72$
	Poziom 3		$E_{3hh} = 104,67$	

Odpowiadające wyznaczonym poziomom energetycznym funkcje falowe dla elektronów, ciężkich dziur i lekkich dziur przedstawiono na rysunku 2.4. Widać, że bariery z $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ o szerokości około 10 nm praktycznie uniemożliwiają tunelowanie nośników do sąsiednich obszarów. Pozwala to na opisanie transportu nośników za pomocą jednowymiarowego układu równań przedstawionego w rozdziale 3.

W przypadku mniejszej szerokości barier ($\sim 6 \text{ nm}$) zaczyna występować sprzężenie pomiędzy studniami, będące wynikiem tunelowania funkcji falowych przez bariery. W rezultacie dozwolone poziomy energii pojedynczych studni ulegają rozszczepieniu tworząc tzw. minipasma oddzielone przerwami wzbronionymi.



Rys. 2.4. Funkcje falowe dla elektronów, ciężkich dziur oraz lekkich dziur. Szerokość studni $L_W = 7.5 \text{ nm}$, szerokość bariery $L_B = 10 \text{ nm}$

W modelach teoretycznych wielokrotnych studni kwantowych często spotykany jest przybliżony opis struktury za pomocą nieskończenie głębokiej studni potencjału. Pozwala on oszacować dozwolone wartości energii, ale nie daje informacji o liczbie poziomów energetycznych, dokładnych wartościach energii, ani o tunelowaniu. Dla nieskończonej studni kwantowej o szerokości $L_W = 7.5 \text{ nm}$ wartości energii kolejnych stanów opisane za pomocą relacji

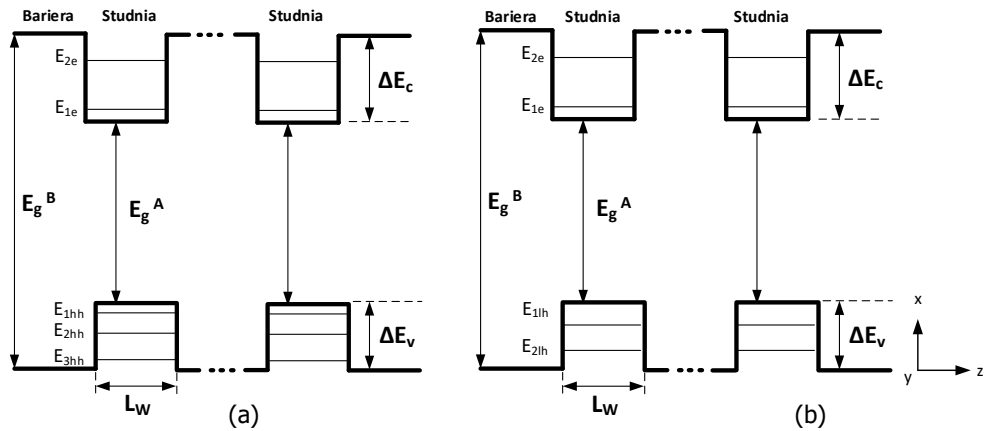
$$E_n^\infty = (n^2 \cdot h^2) / (8m_i^* \cdot L_W^2)$$

i przedstawione w Tabeli 2.3., różnią się znacznie od wartości otrzymanych w ramach modelu studni kwantowej o wysokości barier charakterystycznych dla AlGaAs (Tabela 2.2).

Tabela 2.3. – Energie poziomów w „nieskończonej” studni potencjału o tej samej szerokości co studnia z Tabeli 2.2

Energia poziomu [meV]	Poziom 1	$E_{1e} = 99,89$	$E_{1hh} = 19,68$	$E_{1lh} = 71,19$
	Poziom 2	$E_{2e} = 399,55$	$E_{2hh} = 78,73$	$E_{2lh} = 284,78$
	Poziom 3		$E_{3hh} = 177,15$	

Schemat poziomów energetycznych w strukturze studni kwantowych GaAs/Al_{0,3}Ga_{0,7}As przedstawiony jest na rysunku 2.5.



Rys. 2.5. Schemat poziomów energetycznych w strukturze studni kwantowych w układzie GaAs/Al_{0,3}Ga_{0,7}As wraz z podanymi głębokościami dla (a) ciężkich dziur E_{hh} , (b) lekkich dziur E_{lh} . Szerokość studni $L_w \approx 7.5 \text{ nm}$, $E_g^A = 1.42 \text{ eV}$, $E_g^B = 1.90 \text{ eV}$, $\Delta E_c = 0.28 \text{ eV}$, $\Delta E_v = 0.14 \text{ eV}$.

Ponieważ rozmiary struktury w kierunkach x, y są znacznie większe od szerokości studni L_w , ruch w płaszczyźnie studni można traktować jako swobodny, a całą strukturę rozpatrywać jako przestrzeń dwuwymiarową. Całkowite energie nośników w studni kwantowej można przedstawić jako:

$$E_i(k) = E_{ni} + \frac{\hbar^2}{2m_i^*} (k_x^2 + k_y^2) \quad (2.8)$$

gdzie E_{ni} oznaczają dyskretne poziomy energetyczne odpowiednio dla elektronów i dziur, k_x, k_y są wektorami falowymi w płaszczyznach warstwy, masa efektywna m_h^* oznacza m_{lh}^* lub m_{hh}^* , odpowiednio dla lekkich i ciężkich dziur.

Zjawiska fotorefrakcyjne badane są zwykle w heterostrukturach składających się z wielu warstw półprzewodników A i B ułożonych naprzemiennie, czyli w układach wielokrotnych studni kwantowych (**MQW** – od *Multiple Quantum Wells*). Przykładowa struktura MQW przedstawiona jest na rysunku 2.6. Szerokości warstw przyjęto takie jak w pracach [2.4 – 2.6], żeby umożliwić porównanie wyników.

$$L_{w(\text{GaAs})} = 7,5 \text{ nm}$$

szerokość studni

$$L_{B(\text{AlGaAs})} = 10 \text{ nm}$$

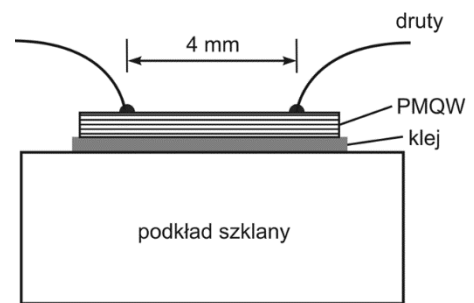
szerokość bariery

$$\Lambda = L_{w(\text{GaAs})} + L_{B(\text{AlGaAs})} = 17,5 \text{ nm}$$

okres struktury

	5nm	GaAs	przekrycie
201	10 nm	$\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$	bariera
200	7,5 nm	GaAs	studnia
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
4	7,5 nm	GaAs	studnia
3	10 nm	$\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$	bariera
2	7,5 nm	GaAs	studnia
1	10 nm	$\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$	bariera
	5 nm	GaAs	przekrycie
	20 nm	AlAs	do wytrawienia
	200 nm	$\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$	do wytrawienia
	600 nm	GaAs	do wytrawienia
	3500 nm	GaAs półizolacyjny	podłoże

1760 nm



(a)

(b)

Rys. 2.6. Schemat przekroju przez strukturę epitaksjalną SI-MQW (a), element z warstwą SI-MQW po wytrawieniu podłoża i naklejeniu na podkład szklany (b).

2.3. Ekscytony i widmo absorpcji w strukturach wielokrotnych studni kwantowych

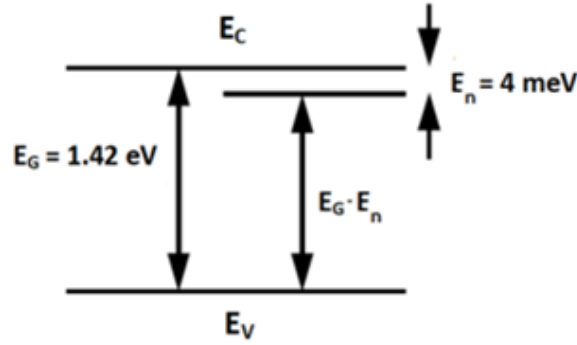
Ważnym czynnikiem mającym wpływ na widmo absorpcji struktur zawierających studnie kwantowe jest występowanie ekscytonów. Są one stanami związanymi elektronu wzbudzonego do pasma przewodnictwa i dziury w paśmie walencyjnym. Występują zarówno dla półprzewodników objętościowych jak i dla struktur studni kwantowych. Aby obliczyć najmniejszą energię potrzebną do utworzenia ekscytonu w stanie podstawowym w strukturze półprzewodnika objętościowego, korzystamy z faktu, że energia wiązania ekscytonu jest energią oddziaływania kulombowskiego między elektronem i dziurą.

Stosując model atomu wodoru otrzymuje się energię wiązania ekscytonu w półprzewodniku objętościowym [2.1]:

$$E_n^{3D} = -\frac{m_{eh}^* e^4}{32\pi^2 \hbar^2 \varepsilon_R^2 \varepsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.9)$$

przy czym, $m_{eh}^* = (m_e^* m_h^*) / (m_e^* + m_h^*)$ jest zredukowaną masą efektywną układu elektron-dziura, ε_R jest względną przenikalnością elektryczną, ε_0 jest przenikalnością elektryczną próżni. Dla objętościowego GaAs energia wiązania dla stanu podstawowego $E_1^{3D} \approx 4 \text{ meV}$, a odpowiadająca jej średnica ekscytonu wynosi $\alpha_{ex} \cong 30 \text{ nm}$ [2.7].

Dzięki możliwości generacji ekscytonu za pomocą fotonu o energii, mniejszej niż energia niezbędna do powstania niezwiązanej pary elektron-dziura obserwuje się absorpcję przy częstotliwościach mniejszych niż $\omega_g = E_g / \hbar$. Schemat układu poziomów energetycznych dla absorpcji ekscytonowej został przedstawiony na rysunku 2.7.

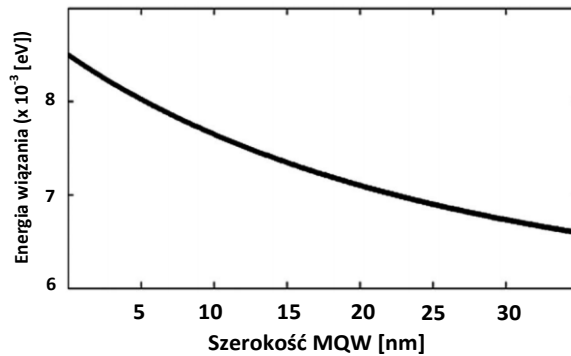


Rys. 2.7. Schemat układu poziomów energetycznych dla absorpcji ekscytonowej w strukturze GaAs dla $n=1$, na podstawie [2.8]

W przypadku struktur MQW o szerokości studni mniejszej niż średnica ekscytonu ($L_w < 30 \text{ nm}$) i parametrach barier zapobiegających tunelowaniu między studniami, energie wiązania ekscytonów opisane są przez wyrażenie [2.1]:

$$E_n^{2D} = -\frac{m_{eh}^* e^4}{32\pi^2 \hbar^2 \varepsilon_R^2 \varepsilon_0^2} \frac{1}{(n - \frac{1}{2})^2} \quad (2.10)$$

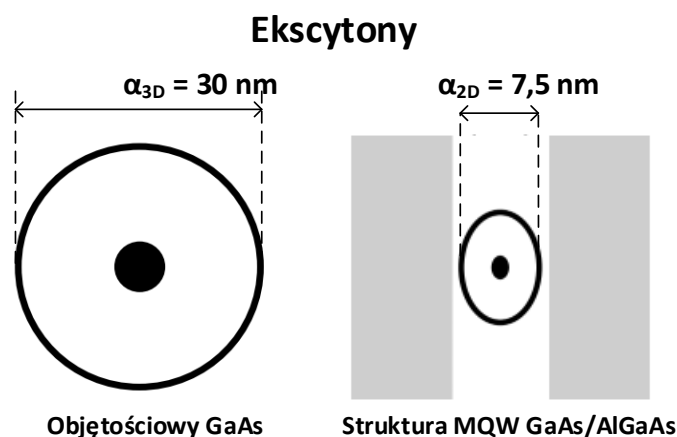
Porównując wzory (2.9) i (2.10) widzimy, że energia wiązania ekscytonu w strukturach dwuwymiarowych dla $n = 1$ jest czterokrotnie większa niż w strukturach trójwymiarowych. W przypadku studni kwantowych o skończonej wysokości barier przewidywany jest maksymalnie 2-3 krotny wzrost energii wiązania w porównaniu z materiałami objętościowymi [2.1] [2.9].



Rys. 2.8. Energia wiązania ekscytonów w funkcji szerokości studni kwantowej dla struktury GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As. Na podstawie [2.8]

W strukturach studni kwantowych poza zwiększeniem energii wiązania związanym z ruchem nośników w dwóch wymiarach występuje dodatkowo wpływ zmniejszenia średnicy ekscytonu. Z punktu widzenia geometrii studni kwantowej ekscyton musi być ściśnięty w kierunku prostopadłym do struktury. W rzeczywistości ekscyton maleje we wszystkich kierunkach z wartości $\alpha_{3D} \approx 30 \text{ nm}$ w materiałach objętościowych do wartości $\alpha_{2D} \approx 7,5 \text{ nm}$ [2.8].

Fakt, że elektron i dziura znajdują się bliżej siebie niż w materiałach 3D zwiększa energię wiązania oraz wydłuża czas życia ekscytonu. Dzięki temu piki ekscytonowe są obserwowane w temperaturze pokojowej, a nie jak w przypadku ekscytonów w materiałach objętościowych, tylko w niskich temperaturach $T < 100 \text{ K}$ [2.8].



Rys. 2.9. Przekrój poprzeczny ekscytonu w strukturze objętościowego GaAs oraz strukturze studni kwantowej w układzie GaAs/AlGaAs, na podstawie [2.8].

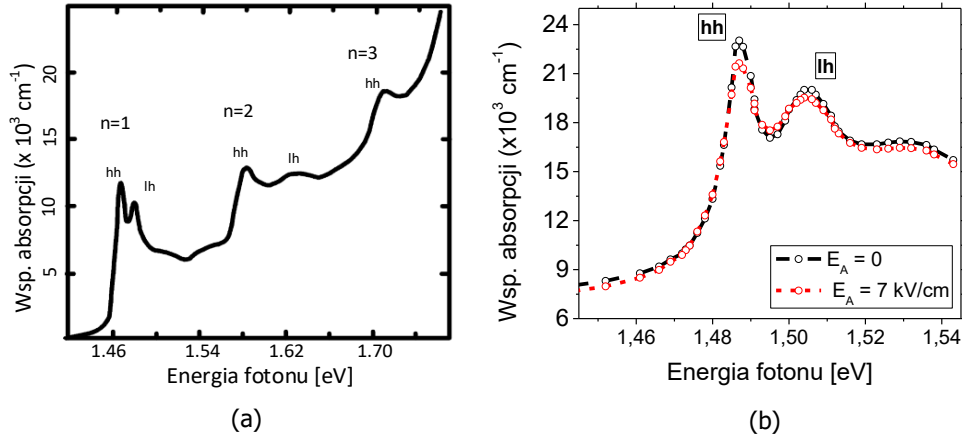
Dodatkowym zjawiskiem, wpływającym na widmo absorpcji MQW, jest wzrost siły oscylatora przejść do stanów ekscytonowych w układach dwuwymiarowych w porównaniu z układem trójwymiarowym. Opisują to zależności [2.1]:

$$f_n^{3D} = \frac{2|eM_{vc}|^2}{m_e^* \pi \hbar \omega} \frac{1}{n^3 \alpha_{3D}^3} \quad (2.11a)$$

$$f_n^{2D} = \frac{2|eM_{vc}|^2}{m_e^* \pi \hbar \omega} \frac{1}{(n - \frac{1}{2})^3 \alpha_{2D}^2} \quad (2.11b)$$

gdzie, M_{vc} jest elementem macierzowym elektrycznego momentu dipolowego, ω jest częstością odpowiadającą przejściu ze stanu podstawowego do stanu wzbudzonego. f_n^{2D} jest siłą oscylatora na jednostkę powierzchni, natomiast f_n^{3D} na jednostkę objętości. Widać, że dla $n = 1$ w przypadku dwuwymiarowym następuje 8-krotny wzrost siły oscylatora.

Na rysunku 2.10 przedstawione jest widmo absorpcji dla struktury wielokrotnych studni kwantowych w układzie GaAs/AlGaAs z szerokością studni $\sim 10 \text{ nm}$, w temperaturze pokojowej ($T = 300K$) zaczerpnięte z pracy [2.8]. W widmie tym widoczna jest zależność schodkowa poświadczająca występowanie efektów kwantowych związanych z przejściami pomiędzy dyskretnymi poziomami energetycznymi w studniach. Przy krawędziach schodków występują wyraźne piki pochodzące z absorpcji ekscytonowej. Ponieważ istnieją dwa rodzaje dziur – piki występują parami, co jest szczególnie widoczne przy krawędzi absorpcji (około $1,46 \text{ eV}$). Widoczne są trzy przejścia dla ciężkich dziur oraz dwa dla lekkich. Dodatkowo widać, że współczynnik absorpcji dla ciężkich dziur jest większy.



Rys. 2.10. Widmo absorpcyjne dla struktury studni kwantowej w układzie GaAs/AlGaAs w temperaturze pokojowej ($T = 300K$) na podstawie [2.8] (a), przykład wpływu pola elektrycznego $E_A = 7 \text{ kV/cm}$ na piki ekscytonowe w widmie absorpcji dla $n = 1$ (b) [2.9]. W obecności napięcia następuje obniżenie i poszerzenie pików ekscytonowych oraz przesunięcie widma w stronę dłuższych fal.

W sytuacji, kiedy do struktury MQW zostanie przyłożone pole elektryczne, równoległe do płaszczyzn studni, następuje skrócenie czasu życia ekscytonów co, zgodnie z zasadą nieoznaczoności, skutkuje poszerzeniem i obniżeniem pików ekscytonowych. Bezpośrednim następstwem tych procesów jest zmiana widma absorpcji, tak zwana elektroabsorpcja ekscytonowa. W sytuacji, kiedy pole elektryczne przyłożone jest w płaszczyźnie studni kwantowych, mówimy o strukturze pracującej w geometrii Franza – Keldysha. Obserwuje się wówczas efekt polegający na przesunięciu się krawędzi absorpcji w stronę dłuższych fal oraz obniżenie i poszerzenie pików ekscytonowych. Przykład wpływu pola elektrycznego na dwa najsilniejsze piki absorpcyjne przedstawia rysunek 2.10b. Wpływ pola na zmianę współczynnika załamania można wyznaczyć z relacji Kramersa –Kroniga [2.10]

$$\Delta n(\lambda) = \frac{\lambda^2}{2\pi^2} P \int_0^\infty \frac{\Delta\alpha(\lambda')}{\lambda^2 - \lambda'^2} d\lambda' \quad (2.12)$$

gdzie, P oznacza wartość główną całki, $\Delta\alpha$ jest zmianą absorpcji.

Zmiany współczynnika absorpcji i współczynnika załamania w strukturach wielokrotnych studni kwantowych dla częstości w okolicach krawędzi absorpcji zależą w przybliżeniu od kwadratu natężenia pola: $\Delta\alpha \propto E^2$, $\Delta n \propto E^2$ [2.11]. Wysoka wartość współczynników elektroabsorpcji i elektrorefrakcji w tym zakresie

widmowym jest istotna dla efektywności zjawiska fotorefrakcyjnego w MQW. Struktury te w porównaniu z materiałami objętościowymi opartymi na półprzewodnikach odznaczają się wysoką czułością ($\mu\text{W}/\text{cm}^2$) oraz czasem odpowiedzi rzędu mikrosekund. Umożliwia to zastosowanie struktur MQW w układach optyki scalonej oraz do przetwarzania informacji optycznych, takich jak: korelatory optyczne, adaptacyjne laserowe detektory ultradźwięków, układy do obrazowania obiektów trójwymiarowych w ośrodkach rozpraszających, do kształtowania impulsów femtosekundowych czy do kompensacji dyspersji w czasie rzeczywistym w szybkich systemach światłowodowych [2.12].

Bibliografia – Rozdział 2

- 2.1. Bacewicz R., „Optyka ciała stałego – wybrane zagadnienia”, (Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1995)
- 2.2. Herman M. A., „Heterozłącza półprzewodnikowe”, (PWN, Warszawa 1987)
- 2.3. Liboff R. L., „Wstęp do mechaniki kwantowej”, (PWN, Warszawa 1987)
- 2.4. Wang Q., Brubaker R. M. and Nolte D. D., “Photorefractive phase shift induced by hot-electron transport: Multiple-quantum-well structures”, *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 1773 (1994)
- 2.5. Balasubramanian S., Lahiri I., Ding Y., Melloch N., Nolte D. D., “Two-wave-mixing dynamics and nonlinear hot-electron transport in transverse-geometry photorefractive quantum wells studied by moving gratings”, *Appl. Phys. B* **68**, 863 (1999)
- 2.6. Wichtowski M., Weinert-Rączka E., “Temporal response of photorefractive multiple quantum wells in Franz-Keldysh geometry”, *Opt. Commun.* **281**, 1233 (2008)
- 2.7. Haug H., Koch S. W., in: “Quantum Theory of Optical and Electronic Properties of Semiconductors”, ed. by Haug H., Koch S. W., (World Scientific, 1990 Singapore)
- 2.8. Miller D.A., in “Quantum Dynamics of Simple System” ed. by ed. by Oppo G. P., Barnett S. M., Riss E., Wilkinson M., (The Scottish Universities Summer School in Physics, 1994)
- 2.9. Miśkiewicz E., Ziółkowski A., Wichtowski M., Weinert-Rączka E., “Thermally induced change of the electro-optical properties of semi-

insulating GaAs/AlGaAs multiple quantum well structures”,
Opt. Mater. **89**, 231 (2019)

- 2.10. Hutchings D. C., Sheik-Bahae M., Hagan D. J., Van Stryland E. W.,
“Kramers-Krönig relations in nonlinear optics”, *Opt. Quantum. Electron.*
24, 1–30 (1992)
- 2.11. Partovi A., Garmire E. M., “Band-edge photorefractivity in
semiconductors: Theory and experiments”, *J. Appl. Phys.* **69**, 6885,
(1991)
- 2.12. Nolte D.D., “Semi-insulating semiconductor heterostructures:
Optoelectronic properties and applications,” *J. Appl. Phys.* 85, 6259
(1999)

Rozdział 3

Metody analizy pola ładunku przestrzennego w strukturach półprzewodnikowych

3.1. Równania transportu w ramach modelu pasmowego

Do opisu zjawiska fotorefrakcyjnego w wielokrotnych studniach kwantowych wykorzystywany jest zwykle model transportu pasmowego PDDT (*Photogeneration-Diffusion-Drift-Trapping*) uwzględniający dwa rodzaje nośników ładunku [3.1, 3.2] oraz wpływ nieliniowości transportu elektronowego. Zjawiska generacji i rekombinacji obu rodzajów nośników modeluje się najczęściej zakładając jeden poziom głębokich domieszek donorowych lub akceptorowych oraz jeden poziom płytkich domieszek przeciwnego typu. W niniejszej pracy rozpatrywany jest materiał, w którym głębokimi domieszkami są donory o koncentracji N_D , a płytkimi – akceptory o koncentracji $N_A = r \cdot N_D$, gdzie $r < 1$ jest współczynnikiem kompensacji donorów. Zakładana jest całkowita jonizacja płytkich akceptorów, czyli $N_A^- = N_A = \text{constans}$ tak że domieszki te nie biorą udziału w przejściach fotorefrakcyjnych, ale mają istotny wpływ na początkową koncentrację zjonizowanych donorów. W przypadku braku oświetlenia i przy pomijalnie małej termicznej generacji nośników można przyjąć, że koncentracja zjonizowanych donorów jest w przybliżeniu równa koncentracji akceptorów - $N_D^+ \approx N_A$. Zjonizowane donory pełnią rolę centrów pułapkowych dla elektronów, a niezjonizowane donory o koncentracji $N_D^0 = N_D - N_D^+$ centrów pułapkowych dla dziur.

Przebieg zjawiska fotorefrakcyjnego w strukturach wielokrotnych studni kwantowych w geometrii Franza-Keldysha można opisać w sposób analogiczny jak dla materiałów objętościowych. Warunkiem jest uwięzienie nośników w studniach kwantowych oraz taki sam, leżący w płaszczyźnie studni, kierunek zewnętrznego pola elektrycznego oraz gradientu natężenia światła. Można wtedy

skorzystać z jednowymiarowego modelu transportu, opartego na układzie równań opisujących generację, transport oraz rekombinację elektronów i dziur [3.1]:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = (\alpha + s_e N_D^0) \frac{I}{h\nu} + \beta_e N_D^0 - \gamma_e n_e N_D^+ + \frac{1}{q} \frac{\partial j_e}{\partial z},$$

$$\frac{\partial n_h}{\partial t} = (\alpha + s_h N_D^+) \frac{I}{h\nu} + \beta_h N_D^+ - \gamma_h n_h N_D^0 - \frac{1}{q} \frac{\partial j_h}{\partial z},$$

$$j_e = q\mu_e(E)En_e + k_B \frac{\partial}{\partial z} (\mu_e(E)T_e(E)n_e),$$

$$j_h = q\mu_h En_h - k_B \mu_h T_h \frac{\partial n_h}{\partial z},$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (N_D^+ - N_A^- + n_h - n_e) = \frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial z} (j_e + j_h),$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{q(N_D^+ - N_A^- + n_h - n_e)}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \quad (3.1a - 3.1f)$$

Równania (3.1a – 3.1b) opisują szybkość zmian koncentracji elektronów n_e i dziur n_h wywołanych generacją, transportem i rekombinacją nośników. Równania (3.1c – 3.1d) określają odpowiednio gęstości prądu elektronowego i dziurowego. Równanie (3.1e) jest równaniem ciągłości wyrażającym zasadę zachowania ładunku elektrycznego, natomiast równanie (3.1f) przedstawia prawo Gaussa. Indeksy e oraz h odnoszą się odpowiednio do elektronów i dziur; n opisuje koncentrację nośników; j gęstość prądu, β jest współczynnikiem generacji termicznej, γ współczynnikiem rekombinacji pośredniej. Rekombinacja bezpośrednia jest w przypadku analizowanych zakresów wartości N_A i N_D dużo wolniejsza i została w równaniach pominięta. Współczynnik α opisuje absorpcję światła powodującą generację par elektron-dziura, natomiast $s_e N_D^0$ i $s_h N_D^+$ absorpcję związaną z generacją nośników z poziomów pułapek. Współczynniki s_e i s_h określają odpowiednie przekroje czynne na absorpcję dla elektronów i dziur. Współczynnik μ przedstawia ruchliwość nośników, natomiast wielkości T_e oraz T_h opisują odpowiednio temperaturę elektronową oraz temperaturę dziur. Zależność $T_h(E)$, która wpływa na dyfuzję dziur jest dużo słabsza od $T_e(E)$ i jest zwykle pomijana [3.3].

Tabela 3.1. Wartości parametrów użyte w obliczeniach

Przekrój czynny na generację nośników z pułapek ^A	$s_e = 1 \cdot 10^{-17} \text{ cm}^2$	$s_h = 1 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$
Ruchliwość nośników ^A	$\mu_{e\Gamma} = 5000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ $\mu_{eL} = 300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$	$\mu_h = 300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$
Współczynnik pułapkowania ^A	$\gamma_e = 4,7 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^3/\text{s}$	$\gamma_h = 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^3/\text{s}$
Współczynnik generacji termicznej ^B	$\beta_e = 0,5 \text{ s}^{-1}$	$\beta_h = 1 \text{ s}^{-1}$
Współczynnik absorpcji międzypasmowej ^B	$\alpha = 10^4 \text{ cm}^{-1}$	
Koncentracja donorów	$N_D = 5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$	
Współczynnik kompensacji donorów	$r = 0.2 \div 0.85$	
Długość fali	$\lambda = 830 \text{ nm}$	

Bibliografia A [3.1, 3.4, 3.5] **Bibliografia B** [3.6]

3.2. Przykładowe rozwiązania numeryczne

Równania transportu (3.1a – 3.1f), służące do modelowania zjawiska fotorefrakcyjnego w strukturach półizolacyjnych studni kwantowych, tworzą układ sprzężonych ze sobą cząstkowych równań różniczkowych. Podanie analitycznego rozwiązania układu PDDT możliwe jest tylko na drodze przybliżeń i tylko w wybranych sytuacjach fizycznych. W piśmiennictwie można znaleźć przybliżone rozwiązania opisujące odpowiedź fotorefrakcyjną w przypadku zlokalizowanej wiązki światła [3.7, 3.8, 3.9], lub sinusoidalnego wzoru interferencyjnego [3.10, 3.11]. Podejście numeryczne wykorzystywane w niniejszej rozprawie podobnie jak we wcześniejszych pracach naszego zespołu [3.12, 3.13, 3.14], jest oparte na metodzie różnic skończonych, zaproponowanej w pracy [3.15] do analizy zjawiska fotorefrakcyjnego w kryształach objętościowym z jednym rodzajem nośników ładunku. W celu analizy procesu fotorefrakcyjnego w strukturach MQW metodę dostosowano do bipolarnego transportu nośników (elektronów oraz dziur) uwzględniając również efekt gorących elektronów [3.12].

Układ równań przyjmuje postać:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} j_e - R_e$$

$$\frac{\partial n_h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} j_h - R_h$$

$$j_e = n_e \mu_e(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} - D_e(\psi) \frac{\partial n_e}{\partial z}$$

$$j_h = n_h \mu_h \frac{\partial \psi}{\partial z} + D_h \frac{\partial n_h}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (N_D^+ - N_A^- + n_h - n_e) = \frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial z} (j_e + j_h),$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0} (N_D^+ - N_A^- + n_h - n_e) \quad (3.2a - 3.2f)$$

Wielkość ψ opisuje potencjał elektryczny, a $D_e = \mu_e k_B T_L / q$ i $D_h = \mu_h k_B T_L / q$ współczynniki dyfuzji. Wielkości $R_e = \gamma_e n_e N_D^+ - \left[(\alpha + s_e N_D^0) \frac{I}{h\nu} + \beta_e N_D^0 \right]$, $R_h = \gamma_h n_h N_D^0 - \left[(\alpha + s_h N_D^+) \frac{I}{h\nu} + \beta_h N_D^+ \right]$ opisują prędkości generacji i rekombinacji odpowiednio dla elektronów i dziur.

Zmienne zależne równań 3.2a – 3.2f są funkcjami czasu t oraz zmiennej przestrzennej z . Przeprowadzając dyskretyzację równań 3.2a – 3.2f wykorzystuje się przybliżenie ilorazu różnicowego centralnego dla pochodnych przestrzennych oraz jego uśrednienie w krokach czasowych t i $t + dt$ [3.12]. Na bazie parametrów materiałowych struktury, początkowych wartości n_e , n_h , N_D^+ i E oraz dla założonego rozkładu natężenia światła $I(z, t)$ wyznaczana jest koncentracja $N_D^+(z, t + dt)$. Jej wartość określana jest na podstawie równania ciągłości dla ładunku całkowitego (3.1e). W kolejnym kroku rozwiązywane jest równanie ciągłości dla elektronów i dziur, dzięki czemu otrzymuje się koncentracje nośników. Następnie z równania Poissona określany jest rozkład natężenia pola elektrycznego w badanej strukturze, który pozwala na wyznaczenie temperatury i ruchliwości elektronów (wykresy 1.2 i 1.3).

Dla uzyskania prawidłowych wyników istotny jest dobór wartości kroków czasowego oraz przestrzennego. Krok przestrzenny powinien być mniejszy niż drogi dyfuzji elektronów L_{De} i dziur L_{Dh}

$$dz < \min(L_{De}, L_{Dh}), \quad (3.3)$$

przy czym,

$$L_{De} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{q} \mu_e \tau_e} \quad L_{Dh} = \sqrt{\frac{k_B T_h}{q} \mu_h \tau_h}$$

gdzie,

$$\tau_e = \frac{1}{\gamma_e N_D^+} \quad \tau_h = \frac{1}{\gamma_h N_A^0} \quad (3.3a-b)$$

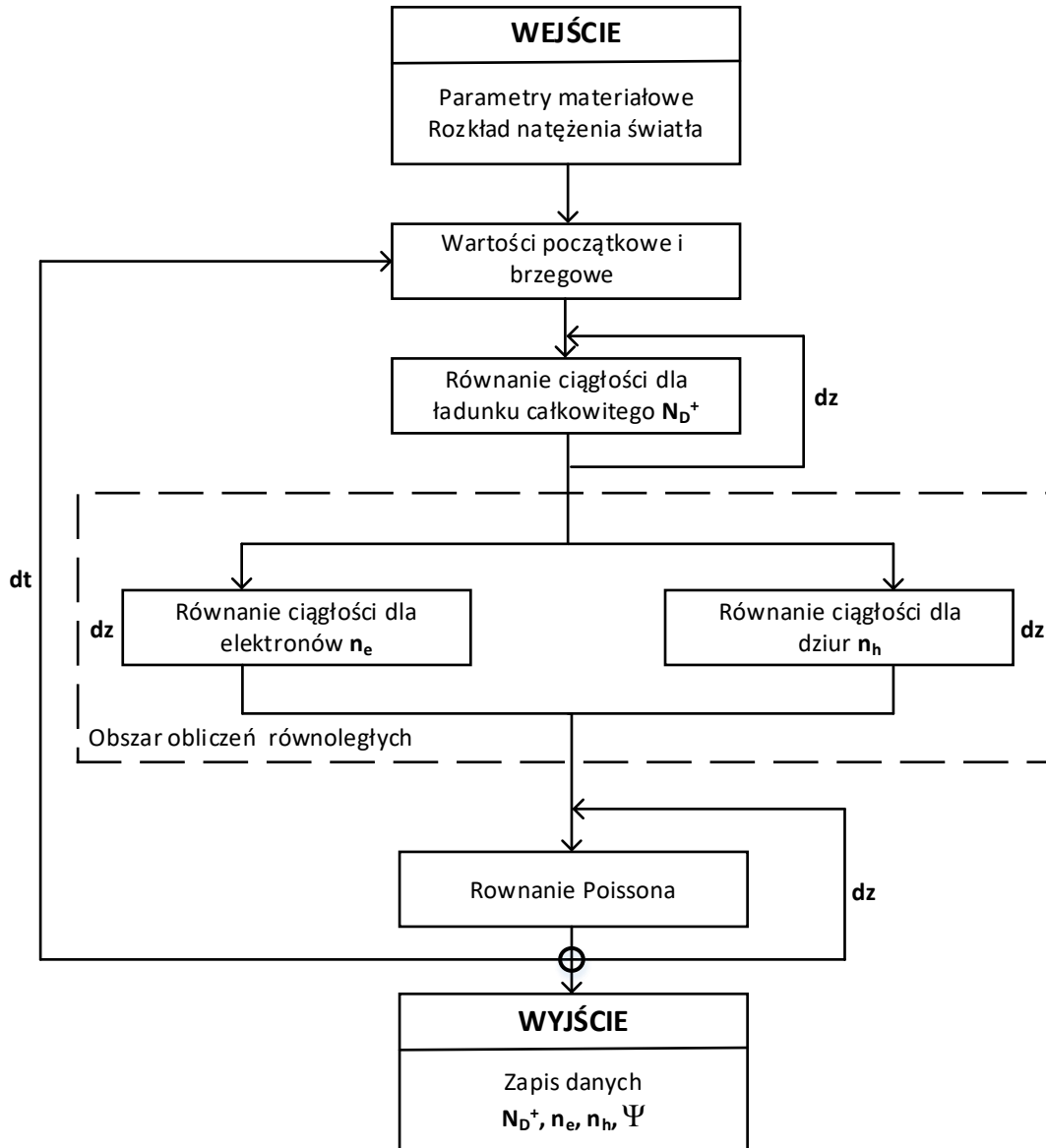
są średnimi czasami życia, natomiast $\gamma_{e,h}$ są współczynnikami rekombinacji odpowiednio dla elektronów i dziur.

Krok czasowy powinien spełniać zależność:

$$dt < \min(\tau_e, \tau_h), \quad (3.4)$$

W przypadku przyjętych w dalszych obliczeniach wartości $N_D = 5 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ oraz $r > 0.5$ warunek dla wartości kroku przestrzennego wynosi $dz < 7 \cdot 10^{-7} \text{m}$, a dla kroku czasowego $dt < 2.5 \cdot 10^{-10} \text{s}$.

Schemat blokowy algorytmu numerycznego służącego do modelowania zjawisk nieliniowych w strukturach półizolacyjnych wielokrotnych studni kwantowych został przedstawiony na rysunku (3.1).



Rys. 3.1. Schemat blokowy algorytmu numerycznego służącego do modelowania zjawisk nieliniowych w strukturach półizolacyjnych wielokrotnych studni kwantowych [3.12].

W zależności od natężenia pola elektrycznego oraz natężenia światła, które mają największy wpływ na czas formowania się pola ładunku przestrzennego (od kilku do kilkuset μs), czas obliczeń wynosił od kilku do kilkunastu godzin. Model umożliwia przeprowadzenie obliczeń dla dowolnej głębokości modulacji wzoru interferencyjnego oraz dosyć dużego zakresu wartości współczynnika kompensacji $r = N_D/N_A$. W niektórych przypadkach, dla małej wartości $r < 0.4$, kiedy przeważającymi nośnikami są elektrony, mogą pojawić się niestabilności.

W tej sytuacji trzeba skrócić krok czasowy dt , co wpływa na wydłużenie czasu symulacji.

3.3. Linearyzacja równań modelu PDDT – rozwiązanie analityczne

Rozwiązania układu równań 3.1a – 3.1f dla dowolnego, jednowymiarowego, rozkładu natężenia światła można otrzymać jedynie w sposób numeryczny. Jednak, w niektórych przypadkach, przy zastosowaniu odpowiednich uproszczeń można otrzymać rozwiązanie analityczne. Jest tak w przypadku jednej z najczęściej stosowanych przy badaniach i obserwacji efektu fotorefrakcyjnego geometrii, czyli oświetlania dwiema interferującymi falami. Natężenie światła powstałe w takim przypadku można opisać za pomocą wzoru:

$$I(z, t) = I_0(t)[1 + m \exp(iKz)] + c. c. \quad (3.5)$$

gdzie: $I_0(t) = I_1(t) + I_2(t)$ jest sumą natężeń dwóch fal padających na strukturę MQW, $K = 2\pi/\Lambda$ jest stałą siatki, $m = 2(I_1 I_2)^{1/2}/I_0$ jest głębokością modulacji wzoru interferencyjnego. Znalezienie przybliżonych rozwiązań analitycznych równań (3.1a – 3.1f) możliwe jest w przypadku małego kontrastu wzoru interferencyjnego ($m < 1$) i przy dokonaniu kilku uproszczeń.

Jednym z uproszczeń jest przyjęcie periodycznych warunków brzegowych. Jest to możliwe w przypadku, gdy okres przestrzenny prążków interferencyjnych jest dużo mniejszy niż szerokość struktury ($\Lambda \ll L$). Pozwala to zaniedbać warunki brzegowe na krańcach struktury oraz przedstawić zmienne jako funkcje okresowe z okresem Λ . Drugim założeniem jest przyjęcie, że koncentracja wzbudzonych nośników jest dużo mniejsza od koncentracji pułapek, tzn. $n_i \ll N_D^+, N_D^0$ co powoduje, że proces rekombinacji międzypasmowej jest mniej istotny od procesu rekombinacji do pułapek i może zostać pominięty.

Kolejnym przybliżeniem jest aproksymacja adiabaticzna (quasi-równowagowa) możliwa, gdy czas rekombinacji nośników $\tau_R < 100 \text{ ns}$ [3.17] jest dużo mniejszy od czasu formowania się pola ładunku przestrzennego. Można wówczas przyjąć, że wzbudzone nośniki dochodzą niemal natychmiast do stanu quasi-równowagi

z rozkładami natężenia światła oraz koncentracji zjonizowanych donorów i podążają za nimi bez opóźnienia. Dodatkowo, kiedy do struktury zostaje przyłożone silne pole elektryczne, wpływ prądu dyfuzyjnego jest bardzo mały i można w równaniach pominąć człony związane z transportem dyfuzyjnym nośników.

Metoda, polegająca na linearyzacji równań, została zaproponowana w [3.1] oraz rozbudowana w [3.19]. Przyjmuje się w niej, że gdy współczynnik głębokości modulacji wzoru interferencyjnego jest mały ($m \ll 1$), to wszystkie zmienne występujące w równaniach (3.1) zależą od zmiennej niezależnej z w taki sam sposób jak rozkład natężenia światła (3.5). Pozwala to na przedstawienie zmiennych $n_e, n_h, N_D^+, j_e, j_h, E$ za pomocą szeregu Fouriera ograniczonego do pierwszych dwóch wyrazów:

$$V(z, t) \approx V_0(t) + V_1(t) \exp(iKz) + c. c. \quad (3.6)$$

Dla nieliniowego transportu elektronów, wielkości zależne od natężenia pola elektrycznego $Q(E)$, takie jak $\mu(E)$, $v(E)$ oraz $T_e(E)$ można rozwinąć w szereg Taylora względem pola elektrycznego, wokół średniej wartości jego natężenia: $\langle E \rangle = E_A$. Pomijając wyrazy wyższego rzędu otrzymujemy przybliżony wzór:

$$\begin{aligned} Q(E) &\approx Q(E_A) + \left(\frac{dQ}{dE} \right)_{E_0} (E - E_A) \\ &= Q(E_A) + \left(\frac{dQ}{dE} \right)_{E_A} E_1 \exp(iKz) + c. c. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Rozwiązanie dla składowych zerowego rzędu

Koncentracje nośników ładunków n_{e0} oraz n_{h0} , wyznaczone z równań (3.1) dla jednorodnego rozkładu natężenia światła o wartości $I_0(t)$, opisuje układ równań:

$$dn_{e0}/dt = (\alpha + s_e N_D^0) \frac{I_0(t)}{h\nu} + \beta_e N_D^0 - n_{e0}(t)/\tau_e, \quad (3.8a)$$

$$dn_{h0}/dt = (\alpha + s_h N_D^+) \frac{I_0(t)}{h\nu} + \beta_h N_D^+ - n_{h0}(t)/\tau_h, \quad (3.8b)$$

gdzie, $\tau_e = (\gamma_e N_D^+)^{-1}$, $\tau_h = (\gamma_h N_D^0)^{-1}$ oznaczają średnie czasy życia, odpowiednio dla elektronów i dziur. Dodatkowo, jeśli czas trwania impulsu świetlnego $I_0(t)$ jest zdecydowanie dłuższy niż czas rekombinacji nośników, to można założyć, że zmiany koncentracji nośników podążają za zmianą natężenia światła z pomijalnym opóźnieniem i przyjmując, że pochodne po czasie w równaniu (3.8a) i (3.8b) są równe zero (przybliżenie adiabatyczne). Otrzymuje się wtedy:

$$n_{e0}(t) \approx n_{e0(dark)} + (\alpha + s_e N_D^0) \cdot (I_0(t)/h\nu) \cdot \tau_e, \quad (3.9a)$$

$$n_{h0}(t) \approx n_{h0(dark)} + (\alpha + s_h N_D^+) \cdot (I_0(t)/h\nu) \cdot \tau_h, \quad (3.9b)$$

gdzie $n_{e0(dark)} = \beta_e N_D^0 \tau_e$, $n_{h0(dark)} = \beta_h N_D^+ \tau_h$ - koncentracje ciemne (koncentracje w nieoświetlonej próbce).

Rozwiązanie dla składowych pierwszego rzędu

Równania (3.1) dla składowych rzędu pierwszego przy $E = E_A$ mogą być zapisane w postaci macierzowej jako:

$$d\mathbf{V}_1(t)/dt = \mathbf{W}_1(t)\mathbf{V}_1(t) + \mathbf{F}_1(t), \quad (3.10)$$

gdzie, $\mathbf{V}_1(t) = [n_{e1}(t) \ n_{h1}(t) \ N_{D1}^+(t)]^T$ jest wektorem amplitud rozwiązania pierwszego rzędu,

$$\mathbf{W}_1(t) = \begin{bmatrix} -\Gamma_{tote} & \Gamma_{die} & \Gamma_{die} - \Gamma_{Ie} \\ \Gamma_{dih} & -\Gamma_{toth} & -\Gamma_{dih} + \Gamma_{Ih} \\ -\Gamma_{Re} & \Gamma_{Rh} & -\Gamma_{Ie} - \Gamma_{Ih} \end{bmatrix}$$

jest macierzą szybkości procesów transportu i przejść zdefiniowanych w Tabeli 3.2

$$\mathbf{F}_1(t) = mI_0(t) \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{h\nu} + \frac{s_e N_D^0}{h\nu} \\ \frac{\alpha}{h\nu} + \frac{s_h N_D^+}{h\nu} \\ \frac{s_e N_D^0}{h\nu} - \frac{s_h N_D^+}{h\nu} \end{bmatrix} \text{ jest wektorem wzbudzeń.}$$

Wartości $s_e N_D^0$ oraz $s_h N_D^+$ dla bliskorezonansowej długości fali są dużo mniejsze od α i w pierwszych dwóch elementach wektora $\mathbf{F}_1(t)$ mogą zostać pominięte.

Tabela 3.2. Szybkości procesów dla elektronów i dziur (na podstawie [3.19])

Szybkość rekombinacji do pułapek	$\Gamma_{Re} = \gamma_e N_D^+$	$\Gamma_{Rh} = \gamma_h N_D^0$
Szybkość unoszenia	$\Gamma_{Ee} = K\mu_{ea}E_A$	$\Gamma_{Eh} = K\mu_hE_A$
Szybkość dyfuzji	$\Gamma_{De} = K\mu_{ea}E_{De}$	$\Gamma_{Dh} = K\mu_hE_{Dh}$
Szybkość relaksacji dielektrycznej	$\Gamma_{die} = q\mu_n n_{e0}(t)/\epsilon_0\epsilon$	$\Gamma_{dih} = q\mu_h n_{h0}(t)/\epsilon_0\epsilon$
Sumaryczna szybkość fotojonizacji, generacji termicznej i rekombinacji nośników	$\Gamma_{Ie} = \beta_e + s_e I_0(t) + \gamma_e n_{e0}(t)$	$\Gamma_{Ih} = \beta_h + s_h I_0(t) + \gamma_h n_{h0}(t)$
Sumaryczna szybkość procesów 1-4	$\Gamma_{tote} = \Gamma_{Re} + \Gamma_{De} - i\Gamma_{Ee} + \Gamma_{die}$	$\Gamma_{toth} = \Gamma_{Rh} + \Gamma_{Dh} + i\Gamma_{Eh} + \Gamma_{dih}$

$\mu_n = \mu_{diff} + iE_{De}[d\mu_e/dE + \mu_{ea}d(\ln T_e)/dE]$ jest nieliniową ruchliwością elektronów, $\mu_{ea} = \mu_e(E)$, $\mu_{diff} = (dv_e/dE)_E$ jest różniczkową ruchliwością elektronów, natomiast $E_{De} = [k_B T_e(E)/q]K$ oraz $E_{Dh} = [k_B T_h/q]K$ są polami dyfuzji odpowiednio dla elektronów i dziur

Układ równań (3.10) pozwala wyznaczyć składowe pierwszego rzędu N_D^+ , n_e i n_h . Amplitudę pierwszej harmonicznej pola ładunku przestrzennego otrzymuje się z prawa Gaussa (3.1f).

$$E_1(t) = \left(\frac{q}{i\epsilon\epsilon_0 K}\right) [N_{D1}^+(t) + n_{h1}(t) - n_{e1}(t)] \quad (3.11)$$

Natężenie pola ładunku przestrzennego dla skokowo włączonego oświetlenia $I_0(t) = I_0\theta(t)$ (gdzie $\theta(t)$ jest funkcją skokową Heaviside'a), jest opisane wyrażeniem:

$$E_1(t) \cong E_1(\infty)[1 - \exp(-t/\tau_{sc})] \quad (3.12)$$

gdzie wartość $E_1(\infty)$ jest wartością amplitudy w stanie ustalonym, która może być zapisana przy pomocy opisanych w tabeli 3.3. pól charakterystycznych jako [3.14]:

$$\begin{aligned}
E_1(\infty) &= \\
&= -m \frac{(E_{\mu h} + E_{\mu e})E_A + i(E_{\mu h}E_{De} - E_{\mu e}E_{Dh})}{(E_{\mu e} + E_{De} - iE_A) + (E_{\mu h} + E_{Dh} + iE_A)\mu_n/\mu_{ea} + (E_{Dh}E_{De} + E_A^2)/E_q} \quad (3.13)
\end{aligned}$$

Wartość stałej czasowej τ_{sc} określona jest przez wartości własne macierzy $W_1(t)$ i wyrażona wzorem:

$$\begin{aligned}
\tau_{sc} &= \\
&= \frac{\varepsilon\varepsilon_0 K h\nu}{qI_0} \frac{(E_{\mu e} + E_{De})(E_{\mu h} + E_{Dh}) + E_A^2 + i(E_{\mu e} - E_{\mu h} + E_{De} - E_{Dh})E_A}{\alpha (E_{\mu e} + E_{De} - iE_A) + (E_{\mu h} + E_{Dh} + iE_A)\mu_n/\mu_{ea} + (E_{De}E_{Dh} + E_A^2)/E_q} \quad (3.14)
\end{aligned}$$

Tabela 3.3. Charakterystyczne pola [3.19]

Pola unoszenia	$E_{\mu e} = (\mu_e \tau_e K)^{-1}$	$E_{\mu h} = (\mu_h \tau_h K)^{-1}$
Pola dyfuzji	$E_{De} = [k_B T_e(E)/q]K$	$E_{Dh} = [k_B T_h/q]K$
Pole nasycenia	$E_q = q \cdot N_{eff}/\varepsilon\varepsilon_0 K$, gdzie $N_{eff} = r(1-r)N_D$	

W obecności zewnętrznego pola elektrycznego stała czasowa przyjmuje wartości zespolone. Część rzeczywista τ_{sc} opisuje czas osiągnięcia stanu ustalonego (τ'_{sc}), natomiast część urojona pozwala na wyznaczenie częstotliwości zanikających oscylacji (ω_{sc}), które występują w stanie przejściowym (podczas formowania się pola ładunku przestrzennego).

$$1/\tau'_{sc} = Re(1/\tau_{sc}) \quad (3.15)$$

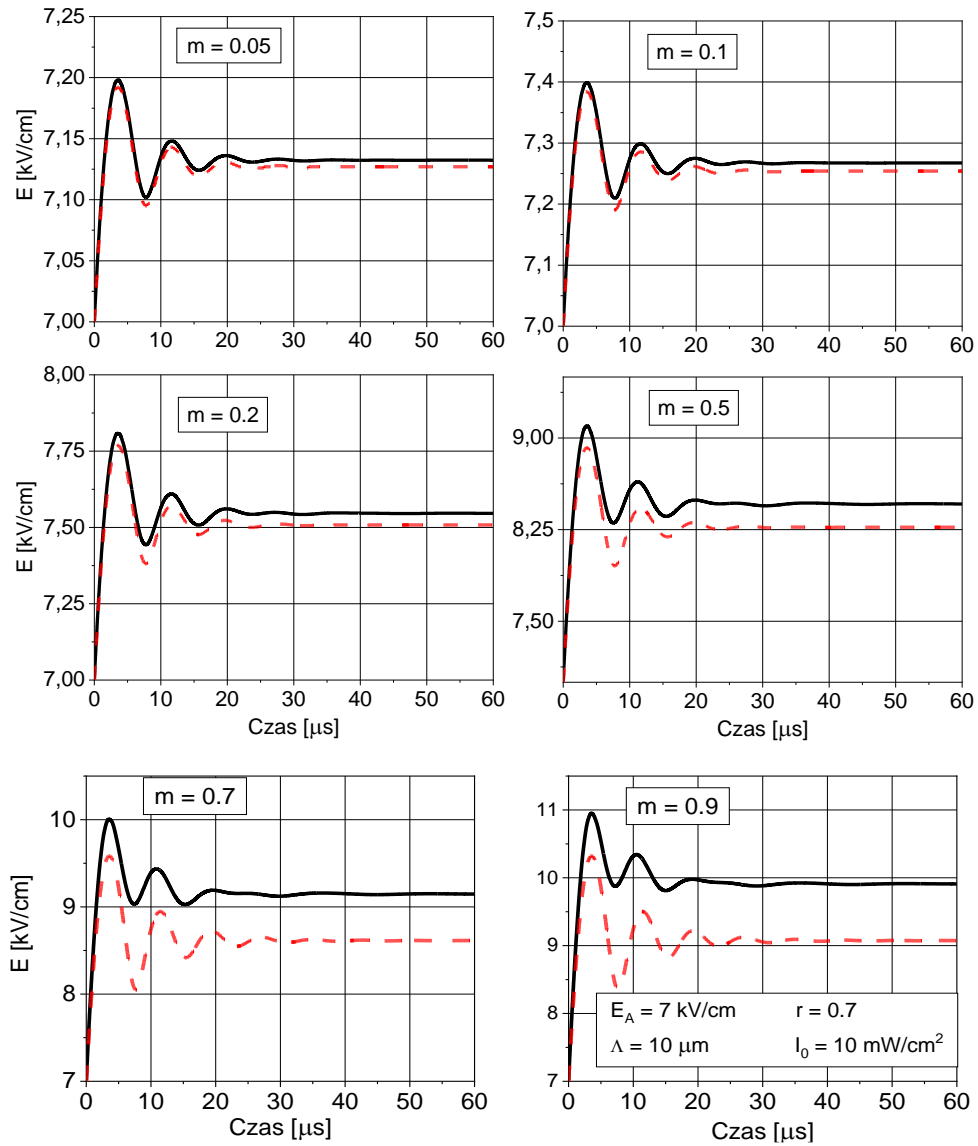
$$\omega_{sc} = Im(1/\tau_{sc}) \quad (3.16)$$

Zależność od czasu amplitudy pola ładunku przestrzennego można w przybliżeniu zapisać jako [3.19]:

$$\widetilde{E}_1(t) \approx |E_1(\infty)|[1 - \exp(-t/\tau'_{sc})\cos(\omega_{sc}t)]. \quad (3.17)$$

W celu określenia zgodności omówionych powyżej metod oraz zakresu stosowalności metody linearyzacji na rysunku 3.2 przedstawiono zależność od czasu maksymalnych wartości w periodycznym rozkładzie pola ładunku

przestrzennego uzyskanych metodą numeryczną (nazywanych dalej amplitudą E_{SC}) oraz wartości $\widetilde{E}_1(t)$ otrzymanych w wyniku linearyzacji równań modelu PDDT



Rys. 3.2. Ewolucja pola ładunku przestrzennego w strukturze MQW otrzymana za pomocą metody numerycznej (linia ciągła) oraz poprzez linearyzację układu równań PDDT (linia przerywana) dla różnych wartości głębokości modulacji wzoru interferencyjnego $m = \{0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 0.7, 0.9\}$. Wartość zewnętrznego pola elektrycznego $E_A = 7 \text{ kV/cm}$, stosunek koncentracji donorów do akceptorów $r = 0.8$, $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.

Widać, że dla małej wartości współczynnika modulacji wzoru interferencyjnego $m \leq 0.1$ występuje duża zgodność obu metod, co potwierdza możliwość stosowania powyższych rozwiązań w celu analizy zjawisk nieliniowych w badanych

strukturach. Dla wartości $m > 0.1$ zaczynają pojawiać się rozbieżności w wartości amplitudy pola ładunku przestrzennego. Ograniczenie możliwości stosowania metody opartej na linearyzacji równań PDDT nie pozwala na analizę wyników otrzymanych w sposób doświadczalny, gdzie wartość $m \approx 1$, natomiast umożliwia szybkie określenie parametrów, które mogą mieć wpływ na przebieg zjawiska. Można dzięki temu zmniejszyć liczbę prób w ramach analizy numerycznej, której główną wadą jest długi czas obliczeń.

Bibliografia – Rozdział 3

- 3.1. Wang Q., Brubaker R. M. and Nolte D. D., "Photorefractive phase shift induced by hot-electron transport: Multiple-quantum-well structures", *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 1773 (1994)
- 3.2. Nolte D. D., Melloch M. R., in: "Photorefractive effects and Materials", ed. by Huignard J. P., Gunter P., (Kluwer, Dordrecht 1995)
- 3.3. Joshi R. and Grondin R. O., "Monte Carlo analysis of highfield hole diffusion coefficients in nondegenerate GaAs", *Appl. Phys. Lett.* **54**, 24 (1989)
- 3.4. Wang Q. N., Nolte D. D., Melloch M. R., "Two-wave mixing in photorefractive AlGaAs/GaAs quantum wells", *Appl. Phys. Lett.* **59**, 256 (1991)
- 3.5. Magaña L. F., Gulló-López F., Carrascosa M., "Role of physical parameters on the photorefractive performance of semiconductor multiple quantum wells", *J. Opt. Soc. Am. B*, **11**, 9 (1994)
- 3.6. Singh N., Nadar S. P., Partha P. Banerjee, "Time-dependent nonlinear photorefractive response to sinusoidal intensity gratings", *Opt. Commun.* **136**, 487 (1997)
- 3.7. Wolfersberger D., Lhomme F., Fressengeas N., Kugel G., "Simulation of the temporal behavior of one single laser pulse in a photorefractive medium", *Opt. Commun.* **222**, 383 (2003)
- 3.8. Chauvet M., Coda V., Maillotte H., Fazio E., Salamo G., "Large self-deflection of soliton beams in LiNbO₃", *Opt. Lett.* **30**, 1977 (2005)
- 3.9. Zozula A. A., Anderson D. Z., "Nonstationary self-focusing in photorefractive medium", *Opt. Lett.* **20**, 837 (1995)

- 3.10. Moharam M. G., Gaylord T. K., Magnusson R., Young L., "Holographic grating formation in photorefractive crystals with arbitrary electron transport lengths", *J. Appl. Phys.* **50**, 5642 (1979)
- 3.11. Brost G. A., "Photorefractive grating formations at large modulation with alternating electric fields", *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 1454 (1992)
- 3.12. Ziółkowski A., "Numerical method for an analysis of nonlinear light propagation in photorefractive media - time nonlocal approach", *Opt. Express*, **22**, 57 (2014)
- 3.13. Ziółkowski A., "A numerical approach to nonlinear propagation of light in photorefractive media", *Comput. Phys. Commun.* **185**(2), 504–511 (2014)
- 3.14. Wichtowski M., Ziółkowski A., Weinert-Rączka E., Jabłoński B., Karwecki W., "Influence of nonlinear electron mobility on response time in photorefractive semiconductor quantum wells", *JNOPM*, **21**, 1250050 (2012)
- 3.15. Singh N., Nadar S. P., Banerjee P. P., "Time-dependent nonlinear photorefractive response to sinusoidal intensity gratings," *Opt. Commun.* **136**, 487 (1997)
- 3.16. Wolfersberger D., Lhomme F., Fressengeas N., Kugel G., "Simulation of the temporal behavior of one single laser pulse in a photorefractive medium", *Opt. Commun.* **222**, 383 (2003)
- 3.17. Brubaker R. M., Wang Q. N., Nolte D.D., Melloch M. R., „Nonlocal Photorefractive Screening from Hot Electron Velocity Saturation in Semiconductors", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4249 (1996)
- 3.18. Sha W., Rhee J. K., Norris T. B., Schaff W. J., "Transient carrier and field dynamics in quantum well parallel transport: from the ballistic to the quasi-equilibrium regime", *IEEE J. Quantum. Electron.* **28**, 2445 (1992)
- 3.19. Wichtowski M., Weinert-Rączka E., "Temporal response of photorefractive multiple quantum wells in Franz-Keldysh geometry", *Opt. Commun.* **281**, 1233 (2008)

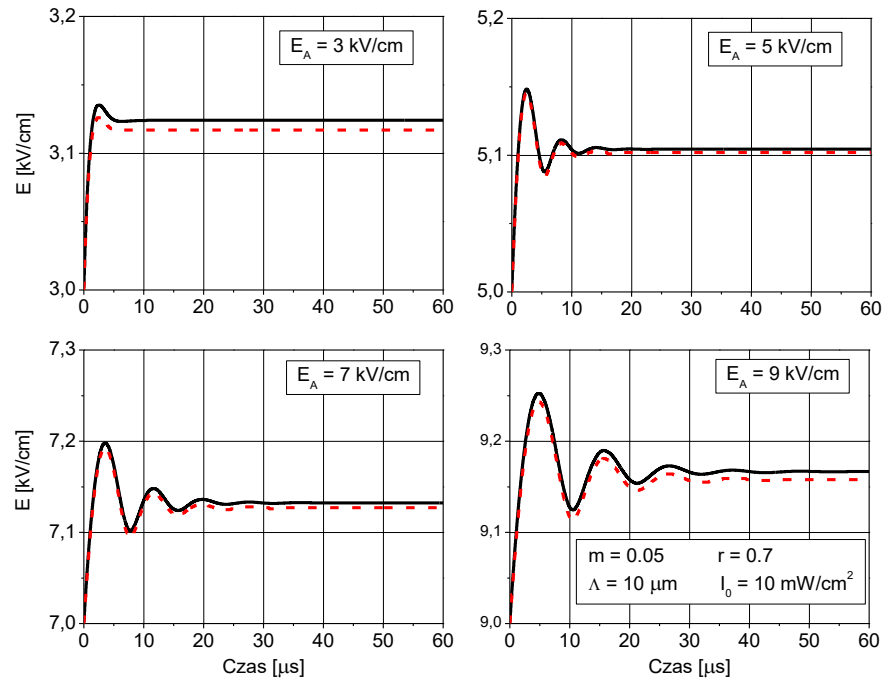
Rozdział 4

Analiza pola elektrycznego w strukturze PR-MQW w geometrii mieszania dwóch fal

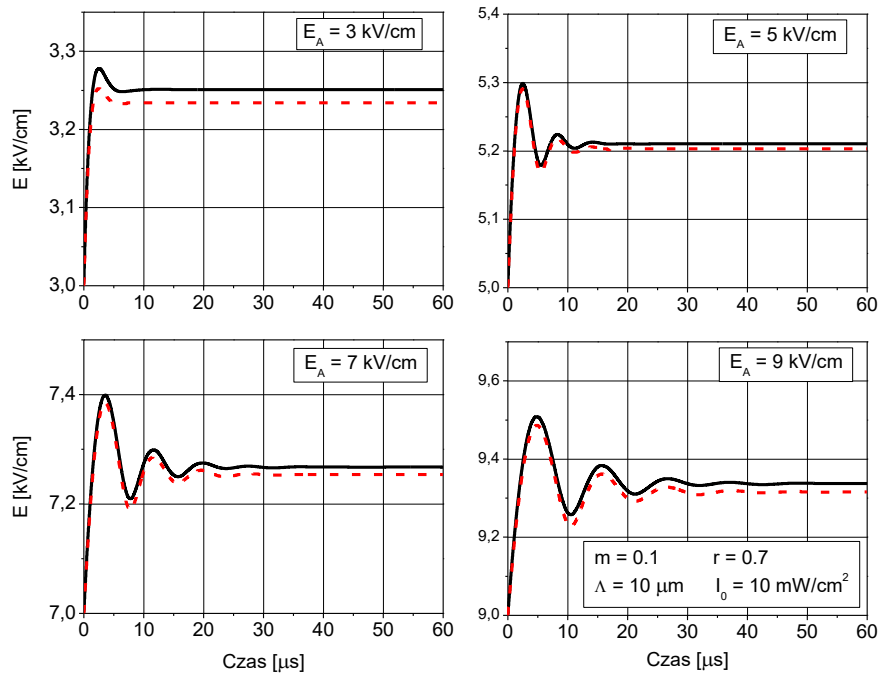
Celem analiz przedstawionych w tym rozdziale jest zbadanie wpływu różnych parametrów na szybkość i efektywność fotorefrakcyjnego mieszania dwóch fal. Do zbadania odpowiedzi struktury wielokrotnych studni kwantowych na skokowe włączenie dwóch interferujących ze sobą wiązek światła (przy stałym w czasie natężeniu zewnętrznego pola elektrycznego) zostały wykorzystane obie, opisane w rozdziale 3, metody – jedna, oparta na linearyzacji równań PDDT, a druga na ich rozwiązaniu numerycznym. Dzięki temu można było zwiększyć wiarygodność wyników, potwierdzając po raz kolejny zgodność obu metod.

4.1. Wpływ natężenia zewnętrznego pola elektrycznego

Wpływ wartości natężenia pola elektrycznego przyłożonego do próbki na przebieg zjawiska fotorefrakcyjnego zbadano w zakresie $E_A = 3 \div 9 \text{ kV/cm}$. Zależności natężenia wewnętrznego pola elektrycznego w strukturze MQW od czasu dla małych głębokości modulacji wzoru interferencyjnego ($m = 0.05$ oraz $m = 0,1$) i dla różnych wartości natężenia pola elektrycznego zostały przedstawione na rysunku 4.1.



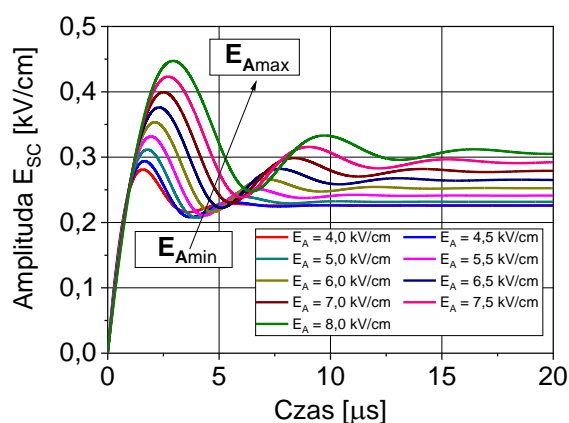
(a)



(b)

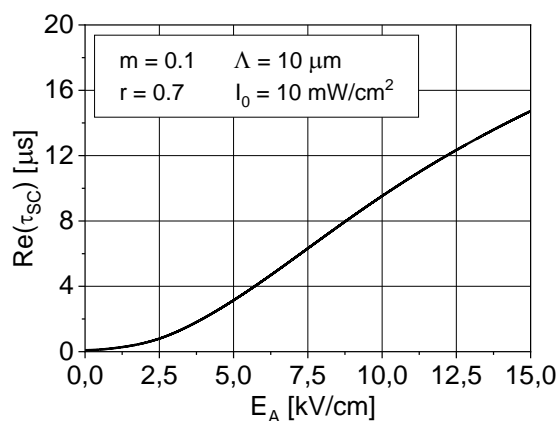
Rys. 4.1. Ewolucja amplitudy pola ładunku przestrzennego w strukturze MQW otrzymana za pomocą metody numerycznej (linia ciągła) oraz poprzez linearyzację układu równań PDDT (linia przerywana) dla różnych wartości pola elektrycznego $E_A = \{3, 5, 7, 9 \text{ kV/cm}\}$ oraz współczynnika głębokości modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.05$ (a) oraz $m = 0.1$ (b), stosunek koncentracji donorów do akceptorów $r = 0.8$, $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.

Widać, że w badanym zakresie wartości parametrów obliczeniowych z rozwiązania analitycznego i numerycznego otrzymuje się taki sam przebieg zmian pola ładunku przestrzennego. Rozwiązanie analityczne daje nieco mniejszą wartość amplitudy pola elektrycznego, przy czym różnica nie przekracza 5%. Wyniki obliczeń numerycznych potwierdzają w ten sposób poprawność procedury linearyzacji równań materiałowych oraz przyjętych dla uzyskania rozwiązania analitycznego założeń upraszczających. Dla lepszego zobrazowania zależności ewolucji całkowitego pola elektrycznego od natężenia pola zewnętrznego przedstawiono wykresy dla dziewięciu wartości E_A na jednym rysunku 4.11. Warto zauważyć, że oscylacje amplitudy narastają wraz ze wzrostem E_A , lecz ich zakresy w porównaniu z natężeniem pola elektrycznego przyłożonego do struktury pozostają niewielkie.



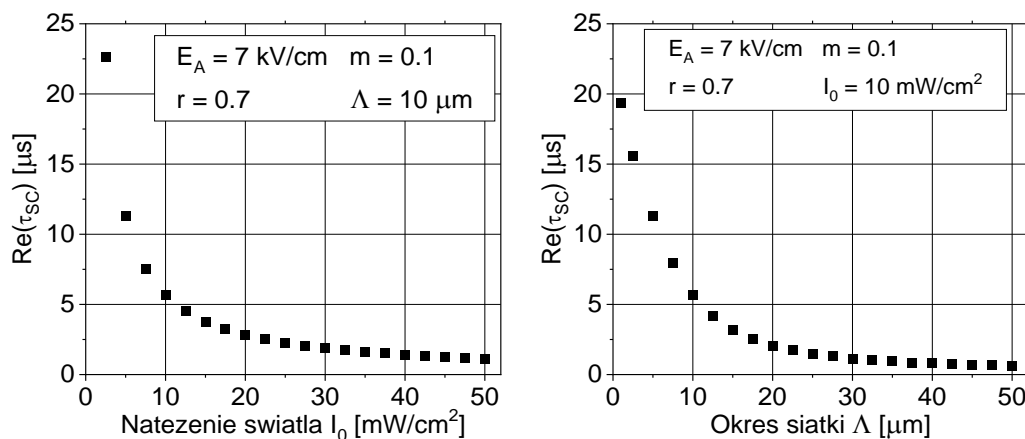
Rys. 4.2. Wyznaczone metodą analityczną zależności amplitudy pola ładunku przestrzennego od czasu w odpowiedzi na skokowe włączenie wzoru interferencyjnego, otrzymane dla różnych wartości natężenia pola zewnętrznego. Wartość współczynnika kompensacji $r = 0.7$, głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres przestrzenny $\Lambda = 10 \mu m$.

Dodatkowo widać, że wraz ze wzrostem natężenia pola elektrycznego przyłożonego do struktury wydłuża się czas formowania stanu stacjonarnego. Wyznaczona z równania (3.14) zależność części rzeczywistej stałej czasowej, obrazującej czas osiągnięcia stanu ustalonego, od pola elektrycznego przyłożonego do struktury została przedstawiona na rysunku 4.3



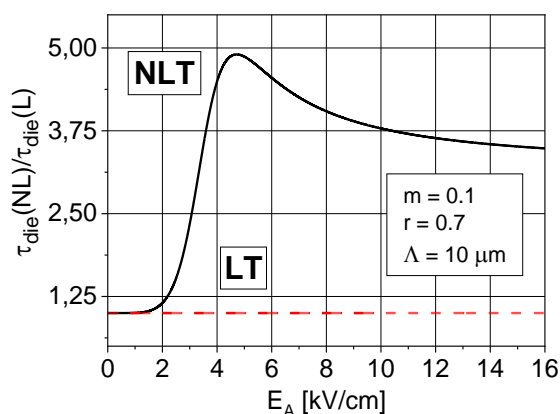
Rys. 4.3. Zależność części rzeczywistej stałej czasowej $Re(\tau_{sc})$ od natężenia zewnętrznego pola elektrycznego. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, współczynnik kompensacji $r = 0.7$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, $I_0 = 10 mW/cm^2$. (metoda linearyzacji)

Z wyrażenia (3.14), otrzymanego metodą linearyzacji wynika również, że czas odpowiedzi maleje wraz ze wzrostem natężenia padającego na strukturę światła I_0 oraz okresu przestrzennego siatki Λ . Potwierdzenie numeryczne tych zależności przedstawione jest na rysunku 4.4.



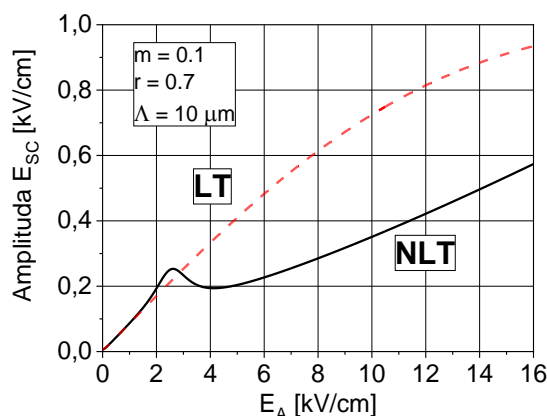
Rys. 4.4. Wyznaczona za pomocą metody numerycznej zależność części rzeczywistej stałej czasowej $Re(\tau_{sc})$ od natężenia światła padającego na strukturę (a) oraz od okresu siatki (b). Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, współczynnik kompensacji $r = 0.7$.

Żeby zobrazować wpływ nieliniowości transportu elektronowego na przebieg zjawiska zbadano, jak zmienia on czas relaksacji dielektrycznej. Stosunek czasu relaksacji dielektrycznej dla transportu nieliniowego do czasu relaksacji dielektrycznej w modelu transportu liniowego (przy założeniu $\mu_e = const.$) od pola elektrycznego przyłożonego do struktury przedstawiono na rysunku 4.5.



Rys. 4.5. Stosunek czasu relaksacji dielektrycznej dla transportu nieliniowego do czasu relaksacji dielektrycznej dla stałej ruchliwości elektronów $\tau_{die(L)} \approx 75 ns$ w funkcji pola elektrycznego. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, współczynnik kompensacji $r = 0.7$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.

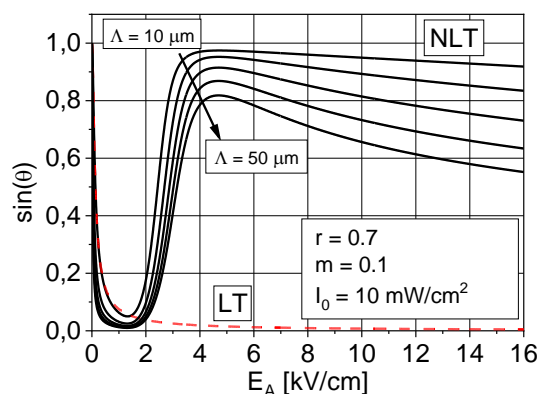
Nieliniowość transportu, związana ze zmianą ruchliwości elektronów widoczną dla pól elektrycznych powyżej określonej wartości krytycznej E_c (dla GaAs $E_c \approx 3,5 kV/cm$), ma również wpływ na natężenie wewnętrznego pola elektrycznego. Na rysunku 4.6 przedstawiono zależność amplitudy pola ładunku przestrzennego E_{sc} od pola elektrycznego przyłożonego do struktury. Linia ciągła przedstawia zależność występującą dla transportu nieliniowego, natomiast linia przerywana wynik otrzymywany dla $\mu_e = const.$ czyli w przybliżeniu transportu liniowego.



Rys. 4.6. Wartość amplitudy pola ładunku przestrzennego w funkcji natężenia pola przyłożonego do struktury MQW dla transportu nieliniowego (linie ciągła) oraz liniowego (linia przerywana). Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, współczynnik kompensacji $r = 0.7$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW}/\text{cm}^2$.

Widać zgodność wyników dla niskich natężeń pola. Dla pola zewnętrznego powyżej wartości $E_c \approx 3,5 \text{ kV}/\text{cm}$ amplituda pola ładunku przestrzennego obniża się. Porównanie z wynikami otrzymanymi przy zaniedbaniu zależności $\mu(E)$ wskazuje na związek tego obniżenia z nieliniowością transportu elektronowego. Powyżej $4 \text{ kV}/\text{cm}$ pole wewnętrzne zaczyna rosnać, ale pozostaje około dwukrotnie niższe, niż dla $\mu_e = \text{const}$ (transport liniowy).

Dodatkowo model z transportem nieliniowym przewiduje, że w silnym polu elektrycznym pojawia się przesunięcie rozkładu pola E_{sc} względem wzoru interferencyjnego, opisywane przez część urojoną amplitudy E_{sc} (3.13). Miarą tego zjawiska jest tak zwane przesunięcie fazowe funkcji harmonicznym opisujących $I(z)$ oraz $E_{sc}(z)$, osiągające wartość $\pi/2$. Przesunięcie to jest ważnym zjawiskiem, ponieważ umożliwia jednokierunkowy transfer energii pomiędzy dwoma wiązkami światła [4.1]. Sytuacja ta nie występuje w wynikach otrzymanych przy założeniu transportu liniowego. Zależność sinusa kąta przesunięcia od natężenia zewnętrznego pola elektrycznego dla różnych wartości okresu przestrzennego siatki przedstawiono na rysunku 4.7.



Rys. 4.7. Sinus przesunięcia fazowego rozkładu pola elektrycznego względem wzoru interferencyjnego w funkcji natężenia pola przyłożonego do struktury MQW dla transportu nieliniowego (linie ciągła) oraz liniowego (linia przerywana) dla różnych wartości okresu siatki $\Lambda = 10 - 50 \mu\text{m}$. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, współczynnik kompensacji $r = 0.7$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.

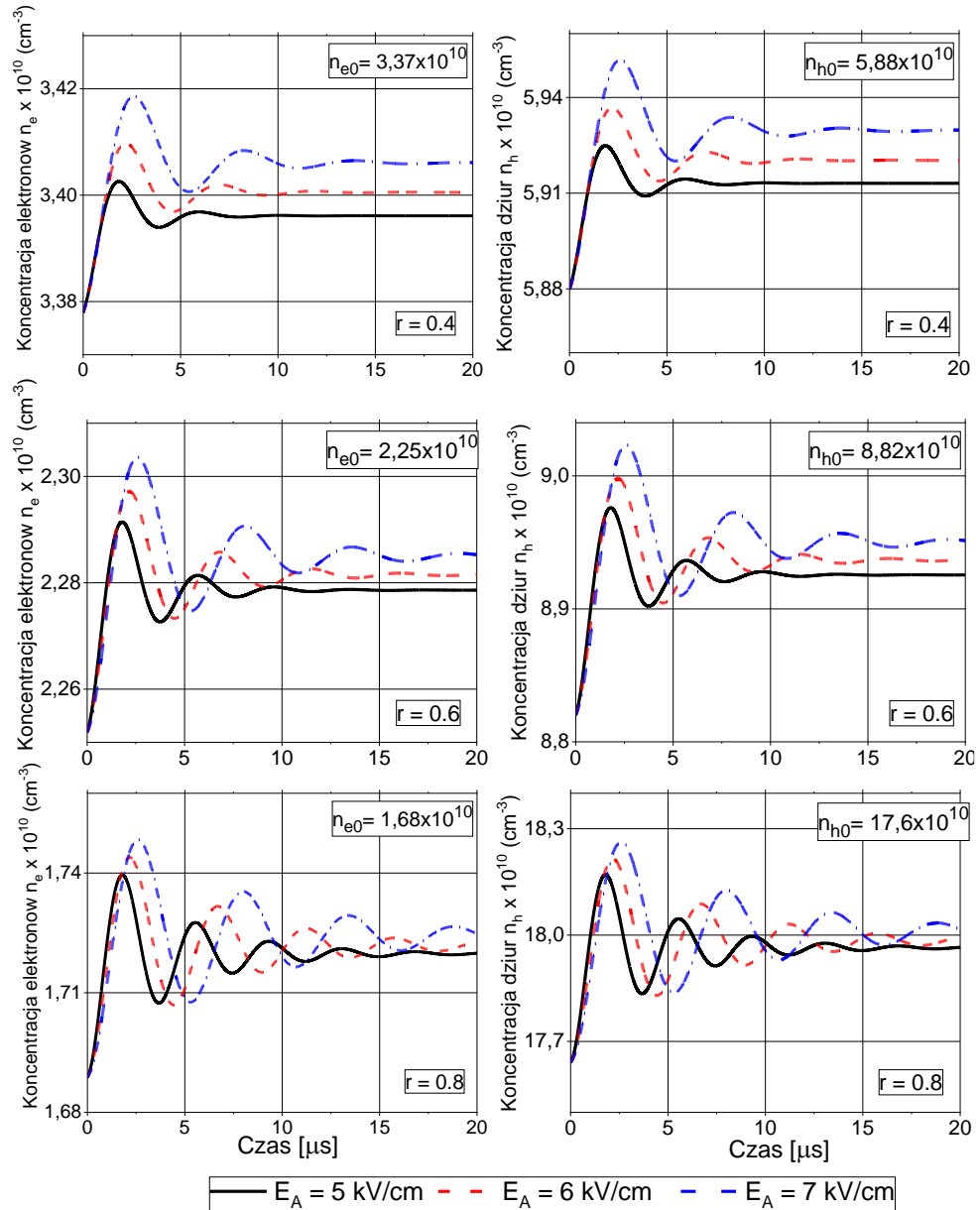
Dla bardzo niskich natężeń pola elektrycznego dominuje transport dyfuzyjny i związane z nim przesunięcie fazowe bliskie $\pi/2$. W silniejszych polach, kiedy dominują prądy unoszenia przesunięcie fazowe znika. Pojawia się ponownie dla $E_A > 2 \text{ kV/cm}$ jako skutek nieliniowości transportu elektronowego.

4.2. Wpływ współczynnika kompensacji donorów

Nawet jeżeli w obszarach oświetlonych próbki elektrony i dziury generowane są głównie w wyniku przejść międzypasmowych i są wytwarzane w tej samej liczbie, to mają różne szybkości wychwyty przez pułapki. Wynika to z innych przekrojów czynnych na pułapkowania oraz z różnej początkowej koncentracji pułapek. Ma to wpływ na stosunek koncentracji elektronów do koncentracji dziur i w rezultacie na występowanie zjawisk związanych z nieliniowością transportu elektronowego.

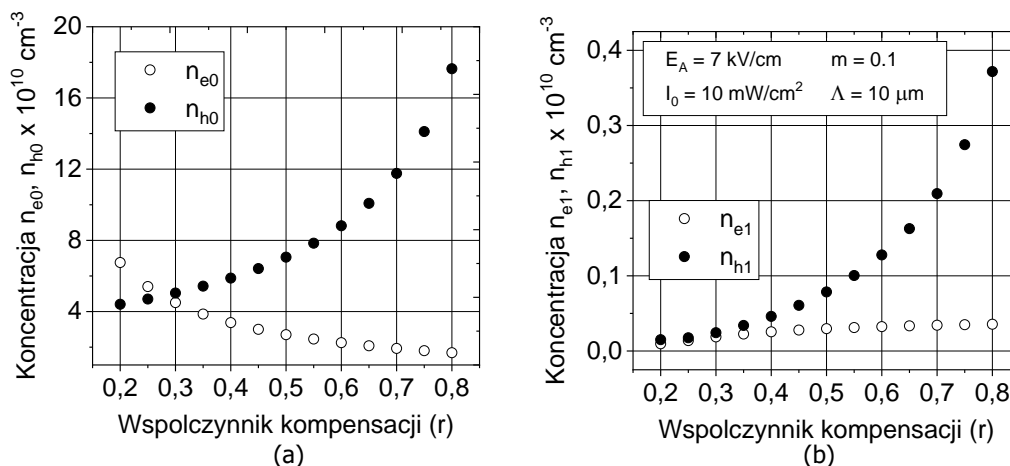
Opisany w rozdziale 3.3 model analityczny umożliwia zbadanie wpływu koncentracji i rodzaju domieszek na przebieg zjawisk nieliniowych. W niniejszej pracy rozpatrywany jest materiał, w którym głębokimi domieszkami są donory o koncentracji N_D , natomiast płytkimi – akceptory o koncentracji N_A . Wielkością

opisującą stosunek koncentracji domieszek jest współczynnik kompensacji donorów $r = N_A/N_D$. Poprzez określenie jego wartości można stwierdzić, jaki jest większościowy rodzaj nośników ładunku w badanej strukturze. Równania (3.10) pozwalają na wyznaczenie przybliżonej zależności koncentracji elektronów i dziur od czasu. Wyniki dla różnych wartości współczynnika kompensacji oraz natężenia zewnętrznego pola elektrycznego zostały przedstawione na rysunku 4.8.



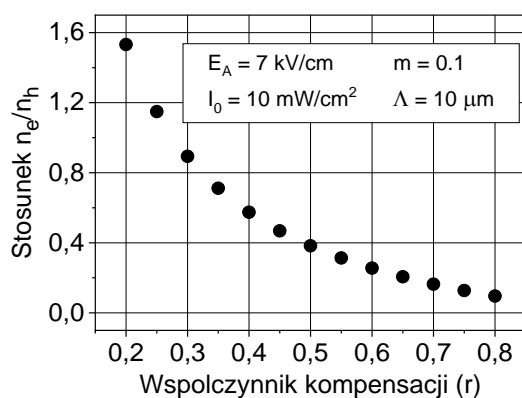
Rys. 4.8. Zależność amplitud pierwszych harmonicznych koncentracji elektronów i dziur (n_{e1}, n_{h1}) od czasu dla różnych wartości współczynnika kompensacji oraz zewnętrznego pola elektrycznego. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.

Widać, że wzrost współczynnika kompensacji r w zakresie $0.4 \div 0.8$ powoduje spadek koncentracji elektronów i wzrost koncentracji dziur. Jednocześnie wzrasta i amplituda i czas zaniku oscylacji, ale nie zmienia się ich częstota. Wartości osiągane przez koncentracje nośników w stanie ustalonym, przy stałej wartości natężenia światła, przedstawione na rys. 4.9.



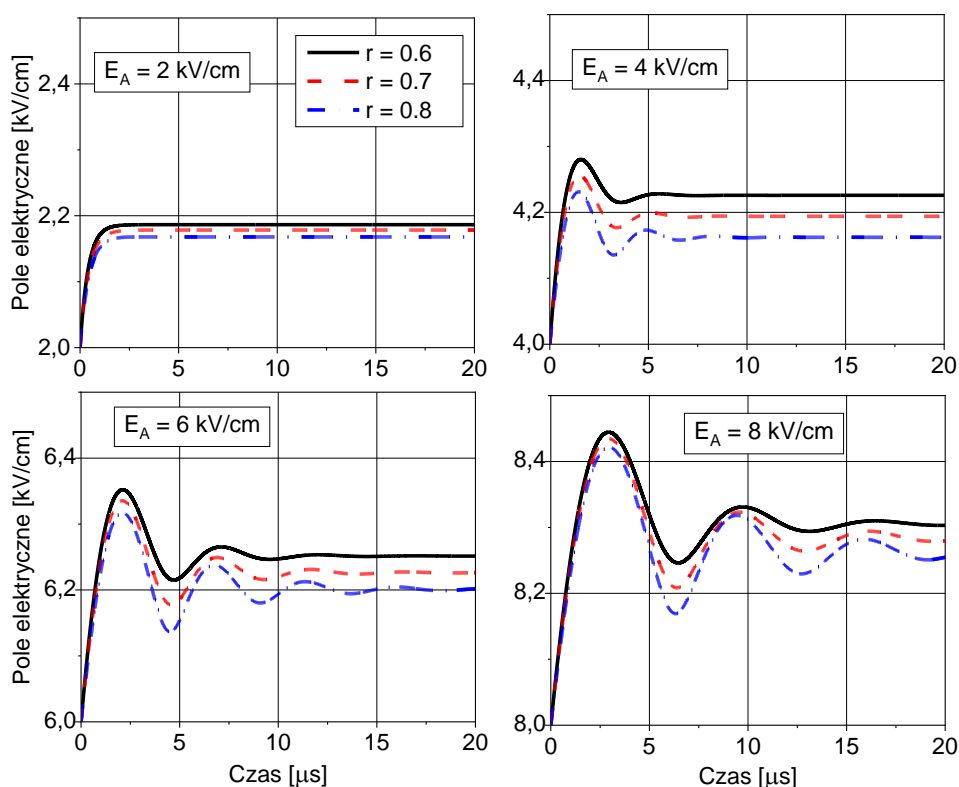
Rys. 4.9. Wartości średnie (a) oraz amplitudy pierwszych harmonicznych (b) koncentracji elektronów i dziur w stanie ustalonym w funkcji współczynnika kompensacji. Wartość pola przyłożonego do struktury $E_A = 7 \text{ kV/cm}$, głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0,1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.

Stosunek maksymalnej wartości koncentracji elektronów do maksymalnej wartości koncentracji dziur $(n_e/n_h) = (n_{e0} + n_{e1})/(n_{h0} + n_{h1})$ maleje wraz ze wzrostem współczynnika kompensacji (r), co zostało przedstawione na rysunku 4.10.



Rys. 4.10. Stosunek maksymalnych wartości koncentracji elektronów i dziur w stanie ustalonym w funkcji współczynnika kompensacji. Wartość pola przyłożonego do struktury $E_A = 7 \text{ kV/cm}$, głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0,1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.

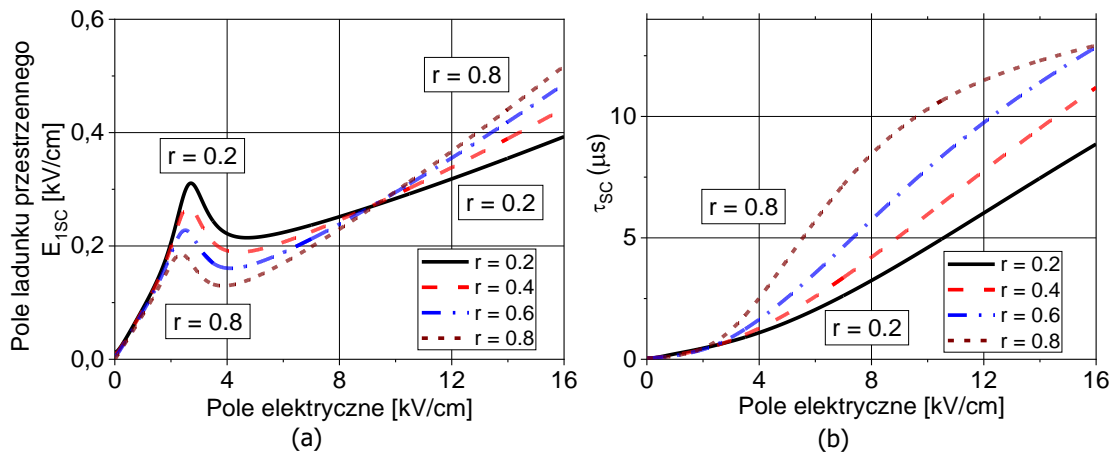
Zależności amplitudy wewnętrznego pola elektrycznego (suma pola ładunku przestrzennego oraz pola przyłożonego do struktury) od czasu w odpowiedzi na skokowe włączenie wzoru interferencyjnego dla różnych wartości współczynnika kompensacji oraz natężenia zewnętrznego pola elektrycznego, wyznaczone na podstawie wzoru 3.13, przedstawiono na rysunku 4.11.



Rys. 4.11. Zależność od czasu maksymalnych wartości w rozkładzie przestrzennym całkowitego pola elektrycznego ($E_A + E_{1SC}$) w odpowiedzi na skokowe włączenie wzoru interferencyjnego, dla różnych wartości pola zewnętrznego oraz różnych wartości współczynnika kompensacji. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.

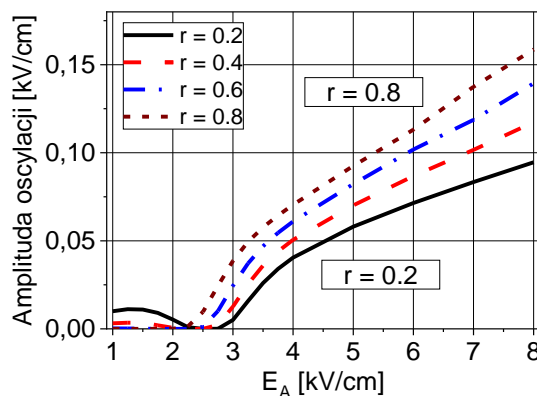
Widać wpływ współczynnika kompensacji r na wartości pola w stanie ustalonym (E_∞) oraz na amplitudę oscylacji natężenia tego pola (ΔE) które pojawiają się przy dużych natężeniach pola zewnętrznego. Dla dużych wartości współczynnika kompensacji r wartość pola elektrycznego w stanie ustalonym (E_∞) maleje, natomiast amplituda oscylacji ΔE rośnie. Zbadano również jak zmienia się czas formowania pola ładunku przestrzennego τ_{SC} oraz jak przebiega zależność natężenia całkowitego pola elektrycznego w stanie ustalonym $E_{SC}(\infty)$

od pola zewnętrznego dla różnych wartości współczynnika kompensacji donorów. Wyniki przedstawiono na rysunku 4.12.



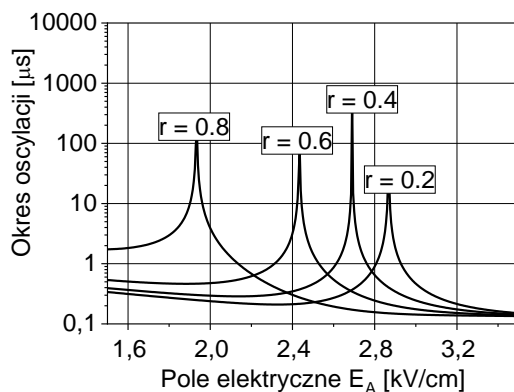
Rys. 4.12. Zależność (a) amplitudy pola ładunku przestrzennego w stanie ustalonym oraz (b) wartości stałej czasowej od natężenia pola zewnętrznego dla różnych wartości współczynnika kompensacji. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0,1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.

Wynika z nich, że pomimo rosnącej przewagi transportu dziuowego nie znika wpływ nieliniowości transportu na zależność E_{SC} od E_A . Na rysunku 4.13 przedstawiony jest zakres (amplituda) oscylacji, ΔE , czyli różnica maksymalnej wartości jaką osiąga pole E_{SC} i jego wartości w stanie ustalonym $E_{SC}(\infty)$, w funkcji pola zewnętrznego.



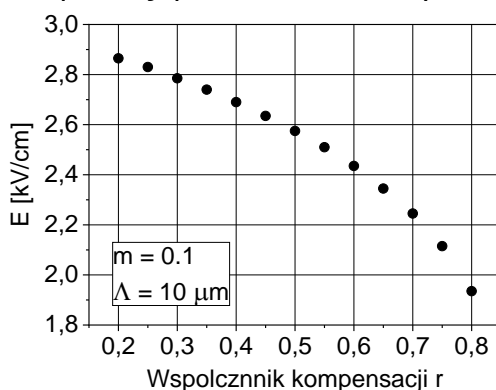
Rys. 4.13. Wpływ zewnętrznego pola elektrycznego E_A na zakres oscylacji ΔE , dla różnych wartości współczynnika kompensacji. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0,1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.

Widać, że dla każdej zbadanej wartości r istnieje taka wartość pola zewnętrznego (malejąca z r), przy której oscylacje nie zachodzą. Część urojona stałej czasowej τ_{sc} pozwala na wyznaczenie częstości oscylacji, $\omega_{sc} = \text{Im}\left(\frac{1}{\tau_{sc}}\right)$. Na rysunku 4.14 przedstawiony jest okres oscylacji ($T_s = 2\pi/\omega_{sc}$) w funkcji pola elektrycznego dla różnych wartości współczynnika kompensacji.



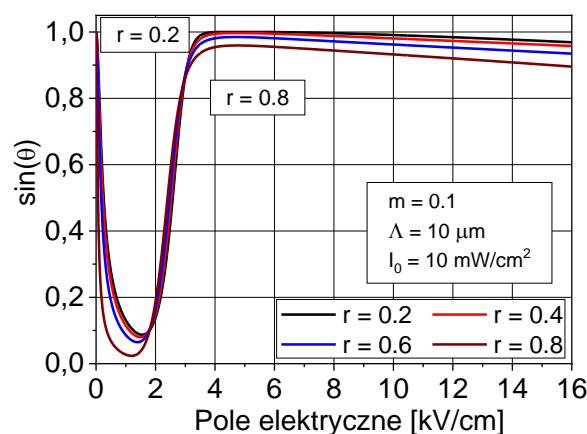
Rys. 4.14. Zależność okresu oscylacji występujących podczas formowania pola ładunku przestrzennego od zewnętrznego pola elektrycznego E_A dla różnych wartości współczynnika kompensacji. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.

Charakterystyczne piki na wykresie występują jednocześnie z zerową amplitudą oscylacji ΔE . Czas ustalania się końcowej wartości E_{sc} w tym zakresie pól jest mniejszy od przewidzianego teoretycznie okresu oscylacji (por. rys. 4.11 i rys. 4.12). Zależność wartości pola elektrycznego dla którego zanikają oscylacje od współczynnika kompensacji przedstawiono na rysunku 4.15.



Rys. 4.15. Wartość pola elektrycznego dla którego zanikają oscylacje w zależności od współczynnika kompensacji r . Wartość pola przyłożonego do struktury $E_A = 7 kV/cm$, głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.

W przeprowadzonych obliczeniach wykazano, że stosunek koncentracji donorów do akceptorów ma znaczenie dla przebiegu zjawiska fotorefrakcyjnego występującego w badanych strukturach. Zarówno rodzaj jak i koncentracja defektów mają wpływ na wartość pola ładunku przestrzennego w stanie ustalonym $[E_1(\infty)]$ oraz na amplitudę i czas zanikania oscylacji tego pola. Zbadano również jak zmienia się przesunięcie rozkładu pola ładunku przestrzennego względem wzoru interferencyjnego (przesunięcie fazowe E_{SC}) w zależności od współczynnika kompensacji. Otrzymane wyniki (rysunek 4.16) pokazują, że im mniejsza jest wartość współczynnika kompensacji r , tym udział elektronów w transporcie jest większy, co skutkuje zwiększeniem wartości przesunięcia fazowego.



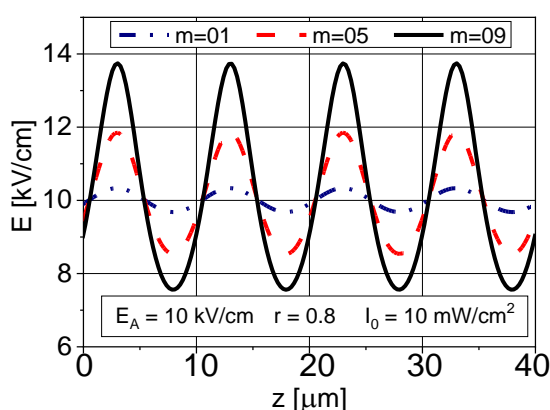
Rys. 4.16. Zależność wartości sinusa przesunięcia pola ładunku przestrzennego względem wzoru interferencyjnego od pola elektrycznego dla różnych wartości współczynnika kompensacji. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.

4.3. Wpływ zależności współczynnika pułapkowania nośników od pola elektrycznego

Dodatkowymi parametrami mogącymi mieć wpływ na generację pola ładunku przestrzennego są współczynniki pułapkowania elektronów i dziur. Zgodnie z wynikami przedstawionymi w pracy [4.2] wartości przekrojów czynnych na pułapkowanie elektronów i dziur dla objętościowego GaAs silnie zależą od pola elektrycznego. W większości prac dotyczących fotorefrakcyjnego mieszania dwóch fal w studniach kwantowych GaAs-AlGaAs przyjmowana jest stała wartość

tych współczynników [4.3 - 4.6]. Podejście to jest uzasadnione w przypadku małego kontrastu wzoru interferencyjnego. Dla $m \leq 0.1$ różnice wartości minimalnej oraz maksymalnej pola elektrycznego są niewielkie. Ponieważ w pracach doświadczalnych [4.7] stosowane są układy z głęboką modulacją, w których występują duże lokalne zmiany natężenia pola elektrycznego, warto sprawdzić, jaki wpływ na przebieg zjawiska ma zależność współczynników pułapkowania nośników od natężenia pola.

Przykładowy rozkład przestrzenny pola elektrycznego dla różnych głębokości modulacji wzoru interferencyjnego został przedstawiony na rysunku 4.17.

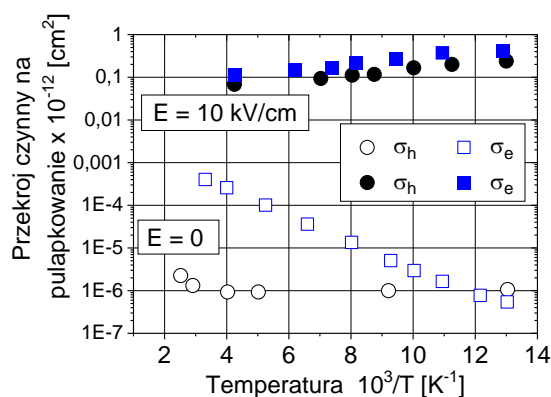


Rys. 4.17. Rozkład przestrzenny pola elektrycznego w strukturze MQW w stanie stacjonarnym $t = 100 \mu s$ dla różnych głębokości modulacji wzoru interferencyjnego. Parametry użyte w symulacji: wartość pola przyłożonego do struktury $E_A = 10 \text{ kV/cm}$, współczynnik kompensacji donorów $r = 0.8$, okres siatki $\Lambda = 20 \mu m$, natężenia światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$ współczynniki pułapkowania stałe na podstawie [4.4].

Wartość współczynnika pułapkowania może być określona poprzez zależność [4.2]:

$$\gamma_i = \sigma_{(i)} \cdot v_{th(i)} \quad (4.1)$$

gdzie, $\sigma_{(i)}$ określa przekrój czynny na pułapkowanie nośników, natomiast v_{th} jest średnią termiczną prędkością nośników. Indeks $i = e, h$ odpowiednio dla elektronów i dziur. Wpływ pola elektrycznego na wartości przekrojów czynnych na pułapkowanie elektronów σ_e i dziur σ_h dla struktury objętościowego GaAs zbadany metodą spektroskopii pojemnościowej i opisany w artykule [4.2], został przedstawiony na rysunku 4.18.



Rys. 4.18. Wartości przekrojów czynnych na pułapkowanie elektronów σ_e i dziur σ_h dla $E_A = 0$ oraz w obecności silnego pola elektrycznego $E_A = 10 \text{ kV/cm}$ dla GaAs z defektami EL2 [4.2].

Wartości współczynników pułapkowania nośników dla prędkości termicznych wyznaczonych z zasady ekwipartycji energii dla dwóch stopni swobody:

$$2k_B T/3 = 0.5 \cdot m_{e,h}^* \cdot v_{th}^2 \quad (4.2)$$

w temperaturze $T = 300 \text{ K}$ ($v_{th(e)} = 4.5 \cdot 10^7 \text{ cm/s}$ i $v_{th(h)} = 1.8 \cdot 10^7 \text{ cm/s}$) [4.8, 4.9] przedstawione są w Tabeli 4.1.

Tabela 4.1 – Parametry materiałowe struktury oraz parametry użyte w obliczeniach

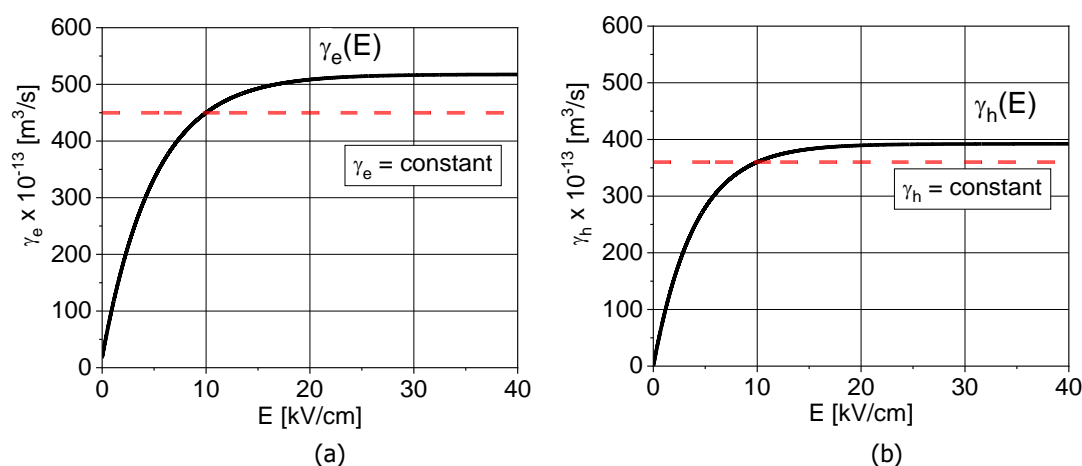
	$E_A = 0$	$E_A = 10 \text{ kV/cm}$
Wartości otrzymane na podstawie [4.2]	$\sigma_e = 4 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$	$\sigma_e = 1 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^2$
	$\sigma_h = 1 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2$	$\sigma_h = 2 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^2$
	$\gamma_e = 2.0 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{s}$	$\gamma_e = 4.5 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^3/\text{s}$
	$\gamma_h = 2.0 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3/\text{s}$	$\gamma_h = 3.6 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^3/\text{s}$
Parametry stosowane w pracy [4.4]	$\gamma_e = 4.0 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^3/\text{s}$ $\gamma_h = 1.8 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^3/\text{s}$	

Tabela 4.1. Parametry materiałowe struktury oraz parametry użyte w obliczeniach

W celu zbadania wpływu zależności współczynników pułapkowania elektronów i dziur od pola elektrycznego w pracy [4.10] została przyjęta zależność $\gamma(E)$ opisana wzorem:

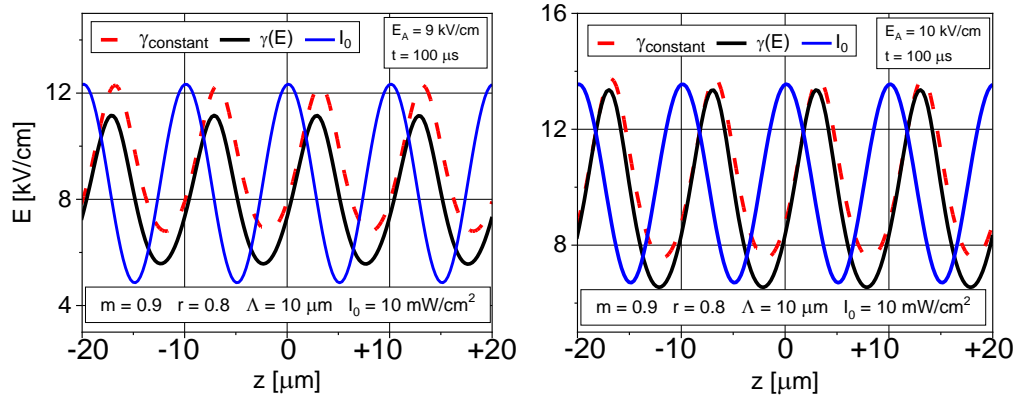
$$\gamma_i(E) = \gamma_{i_0} + \gamma_{i_{max}} \cdot (1 - e^{-\alpha_i E}) \quad (4.3)$$

gdzie γ_{i_0} są wartościami współczynników pułapkowania dla $E = 0$. Wykresy zależności $\gamma_e(E)$ oraz $\gamma_h(E)$, zaprezentowane są na rysunku 4.19.



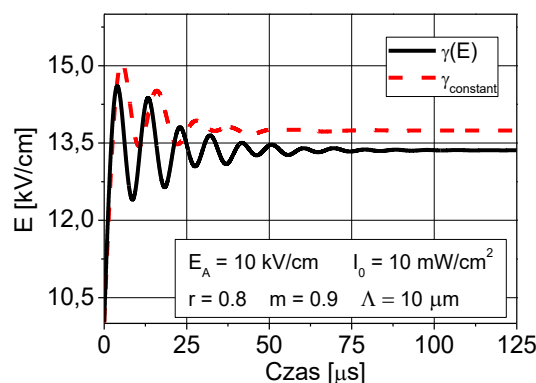
Rys. 4.19. Charakterystyki zmian współczynnika pułapkowania elektronów (a) oraz dziur (b) w zależności od pola stosowane w dalszych obliczeniach. Wartości współczynników ($\gamma_{e_{max}} = 5.0 \cdot 10^{-7}$, $\gamma_{h_{max}} = 3.9 \cdot 10^{-7}$, $\alpha_e = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ cm/kV}$, $\alpha_h = 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ cm/kV}$), na podstawie [4.2].

Przyjęte zależności od pola elektrycznego uwzględniają quasi liniowe zmiany w zakresie małych oraz średnich pól, wartość zgodną z [4.2] dla pola o natężeniu 10 kV/cm oraz nasycenie powyżej. Na rysunku 4.20 zostały przedstawione rozkłady przestrzenne pola elektrycznego w stanie stacjonarnym dla zależnych od pola oraz dla stałych współczynników pułapkowania, a na rysunku 4.21 zależność od czasu jego amplitudy.



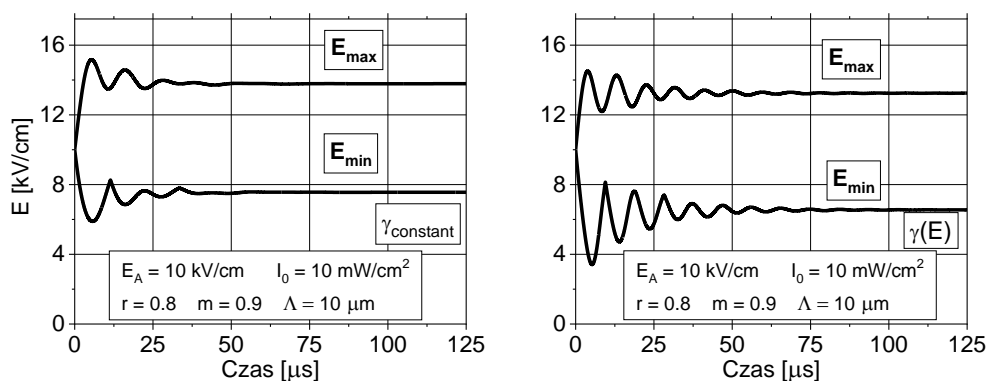
Rys. 4.20. Rozkład przestrzenny pola elektrycznego w stanie stacjonarnym (po $t = 100 \mu s$) dla współczynnika modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.9$, natężenia zewnętrznego pola elektrycznego $E_A = 9 V/cm$ oraz $E_A = 10 V/cm$. Linia ciągła dla współczynnika pułapkowania $\gamma(E)$, linia przerywana dla współczynnika pułapkowania o stałej wartości, γ_C . Przyjęto okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$, współczynnik kompensacji donorów $r = 0.8$.

Na powyższych rysunkach widać, że zależność współczynników γ_e oraz γ_h od pola elektrycznego wpływa nieznacznie na jego rozkłady przestrzenne (Rys. 4.20). Dodatkowo zjawisko to może wyjaśniać dłuższy (od oczekiwanego w modelu stałych współczynników) proces formowania się pola ładunku przestrzennego (Rys. 4.21). Linia ciągła przedstawia rozkład dla zależnej od pola wartości współczynnika pułapkowania elektronów i dziur $\gamma(E)$, natomiast przerywana dla stałej wartości współczynnika pułapkowania γ_C ,



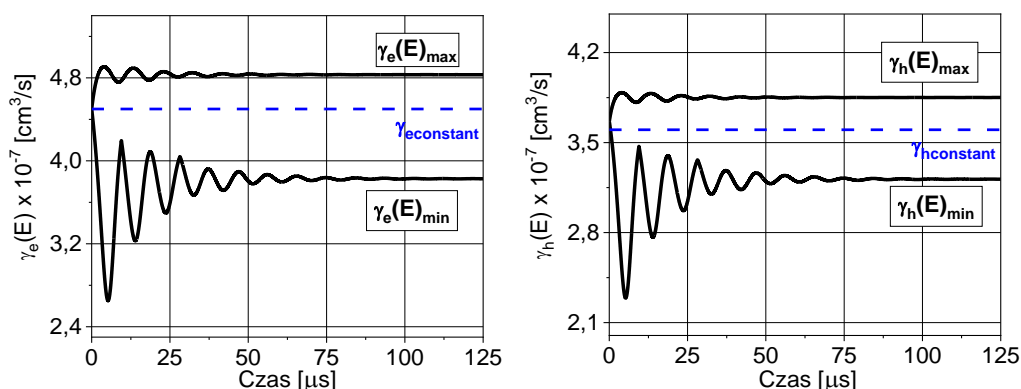
Rys. 4.21. Ewolucja wartości natężenia całkowitego pola elektrycznego $E_{SC} + E_A$ a maksimach rozkładu przestrzennego dla stałej γ_C oraz zależnej od pola $\gamma(E)$ wartości współczynnika pułapkowania. Wartość pola elektrycznego przyłożonego do struktury $E_A = 10 kV/cm$, współczynnik modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.9$, współczynnik kompensacji $r = 0.8$, okres przestrzenny siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.

Zależność od czasu maksymalnej i minimalnej wartości w rozkładzie przestrzennym natężenia całkowitego pola elektrycznego dla stałej oraz zależnej od pola wartości współczynnika pułapkowania elektronów i dziur, γ_c i $\gamma(E)$, została przedstawiona na rysunku 4.22.



Rys. 4.22. Ewolucja maksymalnej oraz minimalnej wartości natężenia pola elektrycznego dla stałej (a) oraz zależnej od pola (b) wartości współczynnika pułapkowania elektronów i dziur. Wartość pola elektrycznego przyłożonego do struktury $E_A = 10 \text{ kV/cm}$, współczynnik modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.9$, współczynnik kompensacji $r = 0.8$, okres przestrzenny siatki $\Lambda = 10 \text{ μm}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.

Dodatkowo sprawdzono jak zmieniają się wartości współczynników pułapkowania dla elektronów i dziur podczas formowania się stanu stacjonarnego w strukturach MQW.



Rys. 4.23. Zmiany maksymalnej oraz minimalnej wartości współczynników pułapkowania elektronów i dziur. Przerywaną linią zaznaczono wartość stałą podaną w [4.4] Wartość pola elektrycznego przyłożonego do struktury $E_A = 10 \text{ kV/cm}$, współczynnik modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.9$, współczynnik kompensacji $r = 0.8$, okres przestrzenny siatki $\Lambda = 10 \text{ μm}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.

Z przedstawionej analizy wynika, że uwzględnienie zależności współczynników pułapkowania od pola nie wpływa w znaczący sposób na przewidywany przebieg zjawisk nieliniowych w strukturach MQW w rozpatrywanym zakresie parametrów. Poprawki do wartości natężenia pola ładunku przestrzennego w stanie ustalonym nie przekraczają 3%, a przesunięcie fazowe rozkładu przestrzennego (rys. 4.20) zmienia się nie więcej niż o 2%. Zbadano również ewentualny wpływ zależności wartości γ od pola w przypadku występowania ruchomego wzoru interferencyjnego. Wyniki obliczeń zostały zamieszczone w rozdziale 5.

Bibliografia – Rozdział 4

- 4.1. Brubaker R. M., Wang Q. N., Nolte D. D., Melloch M. R., „Nonlocal photorefractive screening from the hot electron velocity saturation in semiconductors”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4249 (1996)
- 4.2. Prinz V. Ya., Rechkunov S. N., „Influence of a Strong Electric Field on the Carrier Capture by nonradiative Deep-Level Centers in GaAs”, *Phys. Stat. Sol. (b)* **118**, 159 (1983)
- 4.3. Wang Q., Brubaker R. M., Nolte D. D. and Melloch M.R., „Photorefractive quantum wells: transverse Franz-Keldysh geometry,” *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 1626 (1992)
- 4.4. Nolte D. D. and Melloch M. R., Chapt. 6 in: “Photorefractive effects and Materials”, ed. by D. D. Nolte, (Kluwer Academic, Boston, 1995)
- 4.5. Nolte D. D., „Semi-insulating semiconductor heterostructures: Optoelectronic properties and applications”, *J. Appl. Phys.* **85**, 6259 (1999)
- 4.6. Wang Q., Brubaker R. M. and Nolte D. D., „Photorefractive phase shift induced by hot-electron transport: Multiple-quantum-well structures”, *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 1773 (1994)
- 4.7. Balasubramanian S., Lahiri I., Ding Y., Melloch N., Nolte D. D., „Two-wave-mixing dynamics and nonlinear hot-electron transport in transverse-geometry photorefractive quantum wells studied by moving gratings”, *Appl. Phys. B* **68**, 863 (1999)

- 4.8. Basu P. K., in: "Theory of Optical Process of Semiconductors (Bulk and Microstructures)", ed. by Basu P. K, (Clarendon Press, Oxford 1997)
- 4.9. Chuang S. L., in: "Physics of Optoelectronic Devices", ed. by Chuang S. L., (New York, Willey 1995)
- 4.10. Jabłoński B., Ziółkowski A., Branecka A., Weinert-Rączka E., „The impact of an electron and hole trapping coefficient on nonlinear phenomena in photorefractive multiple quantum well structures”, *Photonics Letters of Poland*, **8**, 125-127 (2016)

Rozdział 5

Analiza zjawiska fotorefrakcyjnego w obecności ruchomego rozkładu wzoru interferencyjnego w strukturach PR-MQW

Celem analiz przedstawionych w tym rozdziale jest zbadanie wpływu różnych parametrów, takich jak współczynnik kompensacji donorów, okres siatki oraz natężenie światła, na przebieg generacji pola ładunku przestrzennego w strukturach PR-MQW w obecności ruchomego wzoru interferencyjnego oraz na możliwość otrzymania wzmocnienia fotorefrakcyjnego. Podobnie jak w rozdziale 4 zostały porównane wyniki otrzymane drogą linearyzacji równań PDDT oraz metodą numeryczną.

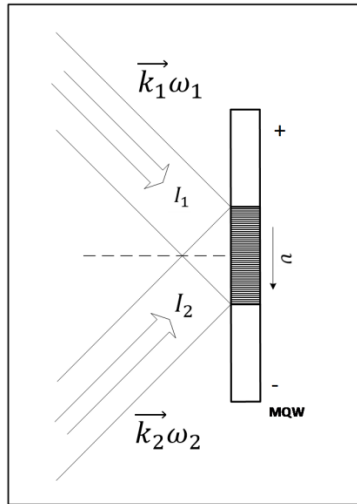
5.1. Interferencja fal o różnych częstościach

Jeśli w układzie mieszania dwufalowego (rys. 5.1.) częstotliwość jednej z dwóch interferujących wiązek jest przesunięta względem drugiej, $\omega_2 = \omega_1 \pm \Omega$, $\Omega \ll \omega_1, \omega_2$, to wyrażenie opisujące rozkład natężenia światła przyjmuje postać:

$$I(z, t) = I_0(t)[1 + m \exp(iKz \pm i\Omega t)],$$

co oznacza, że wzór interferencyjny porusza się z prędkością $v = \Omega/K$.

Powoduje to, że pole ładunku przestrzennego podąża za rozkładem natężenia światła, co w konsekwencji skutkuje pojawianiem się dodatkowych zjawisk.



Rys. 5.1. Interferencja dwóch wiązek o różnych częstościach $\omega_2 = \omega_1 + \Omega$ w strukturze MQW z polem elektrycznym E_A równoległym do kierunku prędkości siatki.

5.2. Ruchomy wzór interferencyjny o małej głębokości modulacji

W celu zbadania dynamiki procesu formowania się pola ładunku przestrzennego w strukturze wielokrotnych studni kwantowych model analityczny opisany w rozdziale 4 został rozbudowany o możliwość uwzględnienia ruchomego wzoru interferencyjnego. Zastosowano przy tym metodę podobną do opisanej w pracy [5.2]. Zmienne $n_e, n_h, N_D^+, j_e, j_h, E$ zostały wyrażone za pomocą szeregu Fouriera ograniczonego do pierwszych dwóch wyrazów:

$$V(z, t) \approx V_0(t) + V_1(t) \exp(iKz \pm i\Omega t) + c. c. \quad (5.1)$$

gdzie Ω jest różnicą częstości pomiędzy dwoma interferującymi ze sobą wiązkami.

Układ równań dla rozwiązań rzędu pierwszego przyjmuje postać:

$$dV_{\Omega 1}(t)/dt = W_{\Omega 1}(t)V_1(t) + F_1(t), \quad (5.2)$$

gdzie, $V_1(t) = [n_{e1}(t) \quad n_{h1}(t) \quad N_{D1}^+(t)]^T$ jest wektorem amplitud,

$$W_{\Omega 1}(t) = \begin{bmatrix} -\Gamma_{tote} \pm i\Omega & \Gamma_{dien} & \Gamma_{dien} - \Gamma_{Ie} \\ \Gamma_{dih} & -\Gamma_{toth} \pm i\Omega & -\Gamma_{dih} + \Gamma_{Ih} \\ -\Gamma_{Re} & \Gamma_{Rh} & -\Gamma_{Ie} - \Gamma_{Ih} \pm i\Omega \end{bmatrix}$$

jest macierzą szybkości procesów transportu i przejść zdefiniowanych w Tabeli 3.2,

$$F_1(t) = mI_0(t) \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{hv} + \frac{N_D^0}{hv} \\ \frac{\alpha}{hv} + \frac{N_D^+}{hv} \\ \frac{N_D^0}{hv} - \frac{N_D^+}{hv} \end{bmatrix} \text{ jest wektorem wzbudzeń.}$$

W rozpatrywanych strukturach czas rekombinacji nośników jest dużo krótszy od czasu formowania się pola ładunku przestrzennego ($\tau_R < 100 \text{ ns}$) [5.3]. Można więc przyjąć, że wzbudzone nośniki dochodzą do stanu quasi-równowagi w czasie pomijalnie małym i podążają ze zmianami natężenia światła. Dzięki temu możemy założyć, że $\frac{d}{dt}(n_{e0,1}) = 0$ oraz $\frac{d}{dt}(n_{h0,1}) = 0$.

Przy tym założeniu koncentracja zjonizowanych donorów opisywana jest równaniem:

$$\frac{dN_{D1}^+(t)}{dt} = m \frac{\alpha}{hv} I_0(t) \left(\frac{\Gamma_{Rh}}{\Gamma_{toth}} - \frac{\Gamma_{Re}}{\Gamma_{tote}} \right) - \left(\frac{\Gamma_{Rh}\Gamma_{dih}}{\Gamma_{toth}} - \frac{\Gamma_{Re}\Gamma_{dien}}{\Gamma_{tote}} \right) \cdot N_{D1}^+(t) \quad (5.3)$$

Z równania (5.3) można wyznaczyć $N_{D1}^+(t)$, koncentrację zjonizowanych donorów w stanie stacjonarnym $N_{D1}^+(\infty)$ oraz wartość stałej czasowej $\tau_{sc}(\Omega)$:

$$N_{D1}^+(t) \cong \left[\frac{m \frac{\alpha}{hv} I_0(t) \left(\frac{\Gamma_{Rh}}{\Gamma_{toth}} - \frac{\Gamma_{Re}}{\Gamma_{tote}} \right)}{\frac{\Gamma_{Re}\Gamma_{dien}}{\Gamma_{tote}} + \frac{\Gamma_{Rh}\Gamma_{dih}}{\Gamma_{toth}} \pm i\Omega} \right] \quad (5.4)$$

$$\cdot [1 - \exp(-t/\tau_N)],$$

$$\text{gdzie, } \tau_N = 1 / \left(\frac{\Gamma_{Re}\Gamma_{dien}}{\Gamma_{tote}} + \frac{\Gamma_{Rh}\Gamma_{dih}}{\Gamma_{toth}} \pm i\Omega \right)$$

Stała czasowa $\tau_N(\Omega)$ przyjmuje wartości zespolone i podobnie jak w przypadku nieruchomej siatki pozwala na wyznaczenie czasu formowania się pola ładunku przestrzennego τ_{sc} oraz częstotliwości oscylacji $\omega_{sc}(\Omega)$. Amplituda pierwszej harmonicznej pola ładunku przestrzennego (3.17) w przypadku ruchomego wzoru interferencyjnego przyjmuje postać:

$$E_{sc1}(t) \approx |E_{1sc}(\infty)| \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{sc}}\right) \cos[\omega_{sc}(\Omega)t] \right\}, \quad (5.5)$$

a częstotliwość oscylacji:

$$\omega_{sc}(\Omega) = |\omega_{sc}(0) - \Omega| \quad (5.6)$$

gdzie, $\omega_{sc}(0)$ jest częstotliwością oscylacji dla stacjonarnego wzoru interferencyjnego.

Ze względu na fakt, że badane struktury pracują w obecności silnego pola elektrycznego i w transporcie nośników główną rolę odgrywa prąd unoszenia, amplitudę pierwszej harmonicznej w stanie ustalonym można sprowadzić do postaci [5.2], [5.4]:

$$E_{1sc}(\infty) = m \frac{\alpha I_0 q}{h\nu \varepsilon \varepsilon_0} \cdot \frac{(L_{Ee} + L_{Eh})}{\pm \Omega K(L_{Ee} - L_{Eh}) - \left(\frac{1}{\tau_{dien}} + \frac{1}{\tau_{dih}}\right) + i \left[K \left(\frac{L_{Ee}}{\tau_{dien}} - \frac{L_{Eh}}{\tau_{dih}}\right) \pm \Omega(1 + K^2 L_{Ee} L_{Eh}) \right]} \quad (5.7)$$

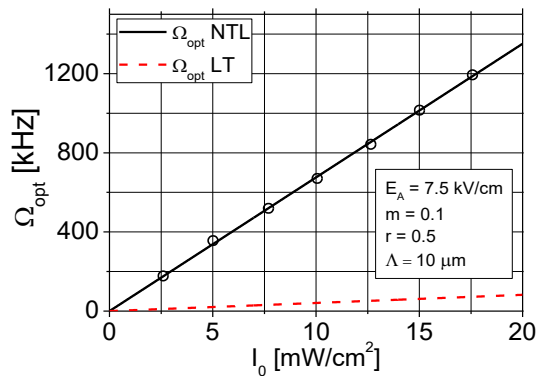
gdzie, $L_{Ee} = \mu_e(E)\tau_e E_A$ $L_{Eh} = \mu_h\tau_h E_A$ $\tau_{dien} = 1/\Gamma_{dien}$ $\tau_{dih} = 1/\Gamma_{dih}$

Wartość amplitudy E_{1sc} nie jest wprost proporcjonalna od natężenia wiązki światła I_0 . Dzieje się tak, ponieważ czasy relaksacji dielektrycznej τ_{dien} oraz τ_{dih} zależą od natężenia światła $\tau_{dien}, \tau_{dih} \sim 1/I_0$. Dla odpowiednio dobranej różnicy częstotliwości Ω wartość amplitudy pola ładunku przestrzennego może ulec zwiększeniu. Zgodnie z (5.7) najsilniejszy efekt otrzymuje się dla

$$\Omega_{opt} = \frac{q\alpha I_0}{\varepsilon h\nu K E_A} \left(\frac{K^2 L_{Eh}^2}{1 + K^2 L_{Eh}^2} - \frac{K^2 L_{Ee} L_{Een}}{1 + K^2 L_{Ee}^2} \right) \quad (5.8)$$

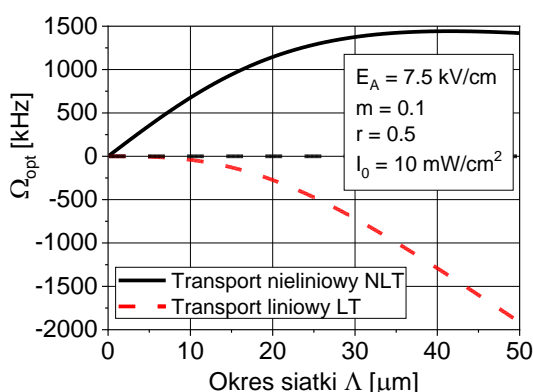
gdzie, $L_{Een} = \mu_{diff}(E)\tau_e E_A$ jest nieliniową długością dryftu elektronów.

Można zauważyć, że wartość Ω_{opt} jest proporcjonalna to natężenia światła I_0 (rysunek 5.2), które dla dużych wartości przyśpiesza generację nośników i zmniejsza czas formowania się stanu stacjonarnego.



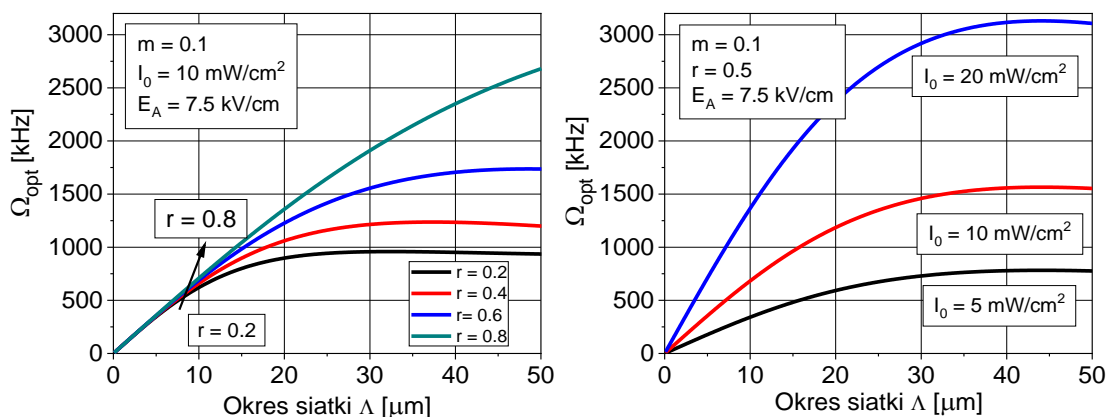
Rys. 5.2. Zależność wartości optymalnej różnicy częstotliwości od natężenia światła. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 kV/cm$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} cm^{-3}$ oraz współczynnik kompensacji $r = 0.5$. Linia ciągła przedstawia zależność uwzględniającą nieliniowy transport elektronów, linia kreskowana prezentuje zależność dla transportu liniowego elektronów – oba wyniki otrzymane metodą linearyzacji równań, natomiast kółkami zaznaczono wartości otrzymane metodą numeryczną.

Widać, że wartość optymalnej różnicy częstotliwości wzrasta w sposób liniowy wraz z natężeniem światła. Wpływ okresu przestrzennego siatki Λ na optymalną wartość różnicy częstotliwości został przedstawiony na rysunku 5.3. Dla zobrazowania roli nieliniowości transportu elektronowego na rysunkach dodano zależności otrzymane przy założeniu $\mu_e = const$.



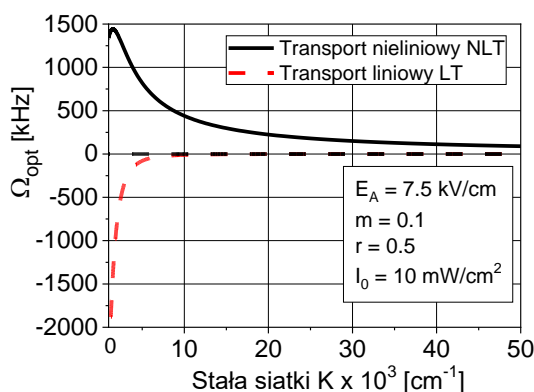
Rys. 5.3. Zależność wartości optymalnej różnicy częstotliwości od okresu siatki Λ . Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ oraz współczynnik kompensacji $r = 0.5$. Linia ciągła przedstawia zależność uwzględniającą nieliniowy transport elektronów, natomiast linia kreskowana model transportu liniowego.

Widać, że dla przyjętych parametrów obliczeniowych wartość Ω_{opt} osiąga największą wartość dla okresu siatki około $40 \mu\text{m}$. Na rysunku 5.4. zaprezentowano, jak zmienia się ta charakterystyka dla różnych wartości współczynnika kompensacji $r = 0.2 \rightarrow 0.8$ (który ma wpływ na początkowy stosunek koncentracji elektronów do koncentracji dziur) oraz dla różnych natężeń światła $I_0 = 5 \rightarrow 20 \text{ mW/cm}^2$.

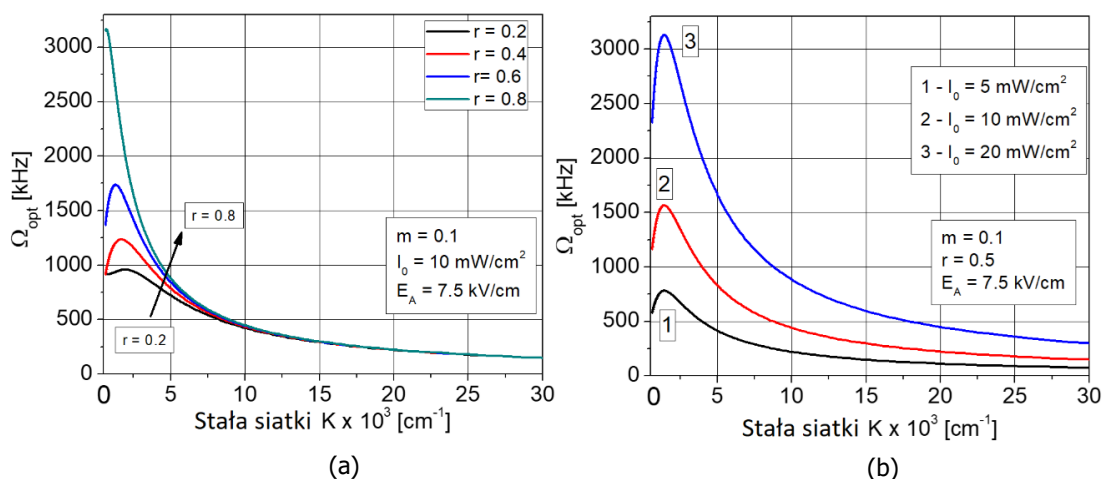


Rys. 5.4. Zależność wartości optymalnej różnicy częstotliwości od okresu przestrzennego Λ dla różnych wartości współczynnika kompensacji r (a) oraz różnych wartości natężeń światła I_0 (b). Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

Widać, że wraz ze wzrostem współczynnika kompensacji r (kiedy wzrasta znaczenie transportu dziuowego) ulega zwiększeniu wartość optymalnej różnicy częstotliwości. Podobna sytuacja występuje dla rosnących wartości natężenia światła – co potwierdza również rysunek 5.2. Dla lepszej ilustracji wpływu dużych Λ na rysunku 5.5 przedstawiono dodatkowo zależność optymalnej różnicy częstotliwości od stałej siatki.

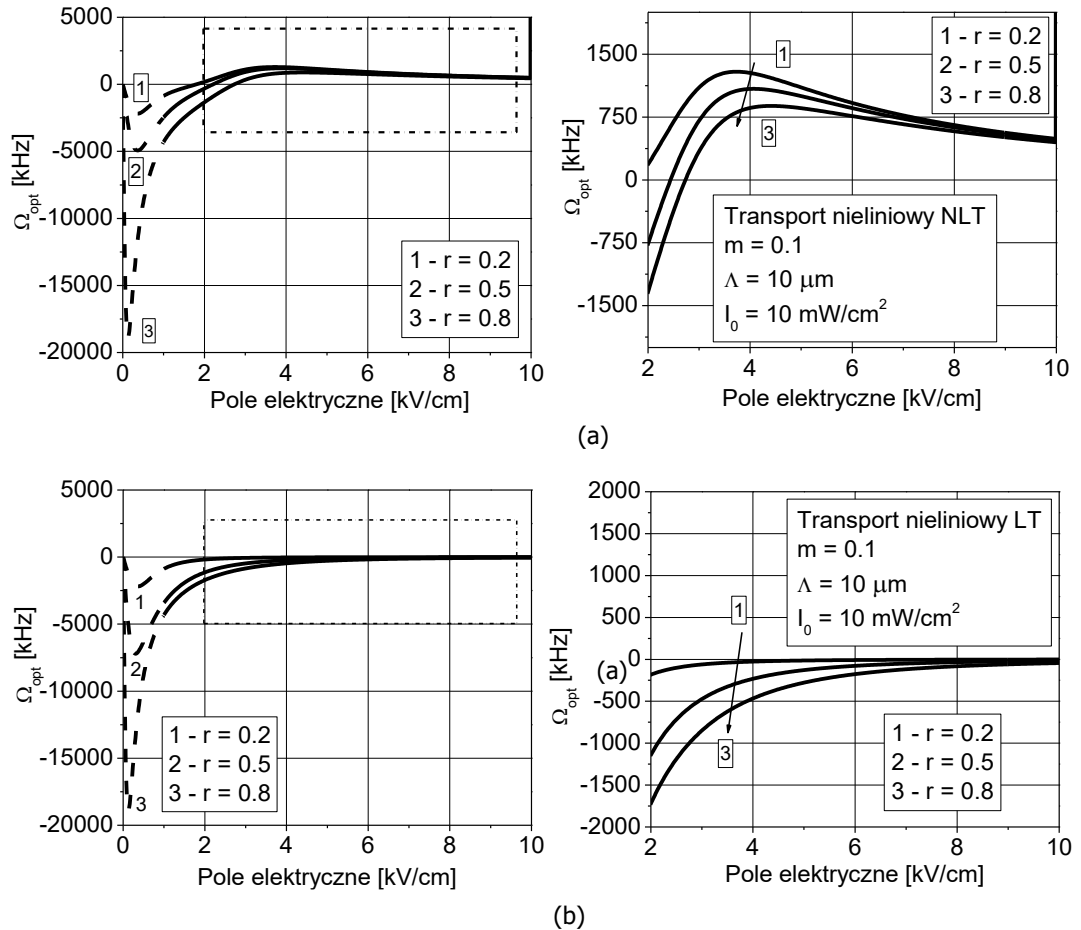


Rys. 5.5. Zależność wartości optymalnej różnicy częstotliwości od stałej siatki K . Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ oraz współczynnik kompensacji donorów do akceptorów $r = 0.5$. Linia ciągła przedstawia zależność uwzględniającą nieliniowy transport elektronów, natomiast linia kreskowana model transportu liniowego.



Rys. 5.6. Zależność wartości optymalnej różnicy częstotliwości od stałej siatki K dla różnych wartości współczynnika kompensacji r (a) oraz różnych wartości natężeń światła I_0 (b). Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

Optymalna różnica częstotliwości jest największa dla $K < 5 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$, po czym szybko maleje wraz z rosnącą wartością stałej siatki. Dodatkowo można zauważyć, że wpływ na zwiększenie Ω_{opt} ma zarówno większy współczynnik kompensacji r jak i rosnące natężenie światła I_0 . W kolejnym kroku sprawdzono jaki wpływ na optymalną różnicę częstotliwości ma zewnętrzne pole elektryczne. Wyniki przedstawiono na rysunku 5.7.

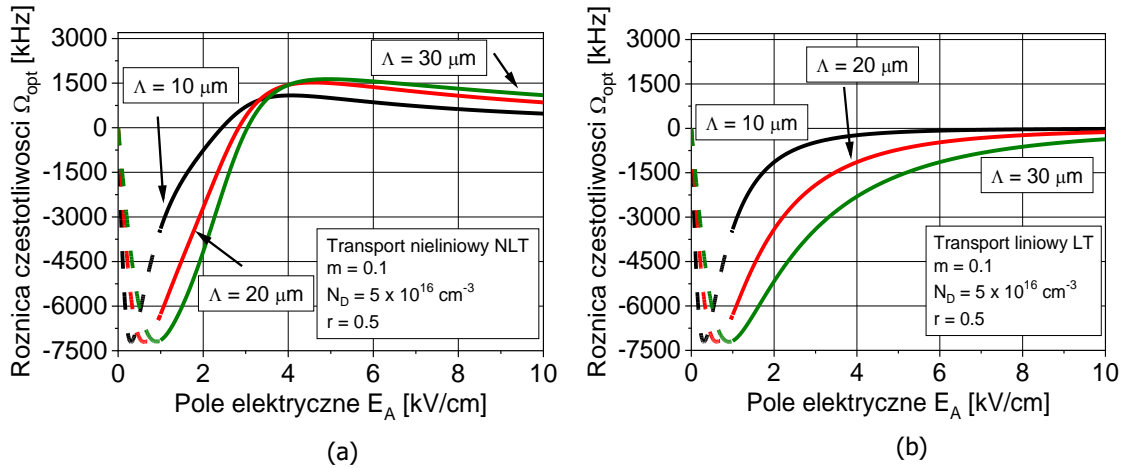


Rys. 5.7. Zależność optymalnej różnicy częstotliwości od zewnętrznego pola elektrycznego dla modelu uwzględniającego nieliniowość transportu elektronów (a) oraz dla modelu transportu liniowego (b). Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Zastosowana metoda nie uwzględnia prądów dyfuzyjnych, dlatego linią przerywaną zostały oznaczone wartości otrzymane dla słabych pól elektrycznych $E_A < 1 \text{ kV/cm}$, przy których nie można zaniedbać wpływu dyfuzji.

Gdy natężenie pola elektrycznego przekracza wartość 2-3 kV/cm następuje zmiana znaku z ujemnego na dodatni oraz wzrost wartości Ω_{opt} . Należy podkreślić, że zastosowana w obliczeniach metoda linearyzacji równań transportu

nie uwzględnia prądów dyfuzyjnych, dlatego linią przerywaną zostały przedstawione wartości otrzymane dla słabych pól elektrycznych $E_A < 1 \text{ kV/cm}$.

Wpływ okresu siatki na zależność optymalnej różnicy częstotliwości od pola elektrycznego przedstawiono na rysunku 5.8.



Rys. 5.8. Optymalna różnica częstotliwości w funkcji przyłożonego pola elektrycznego dla transportu nieliniowego (a) oraz liniowego (b) dla różnych wartości okresu siatki. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$. Model nie uwzględnia prądów dyfuzyjnych, dlatego linią przerywaną zostały wartości dla słabych pól elektrycznych $E_A < 1 \text{ kV/cm}$.

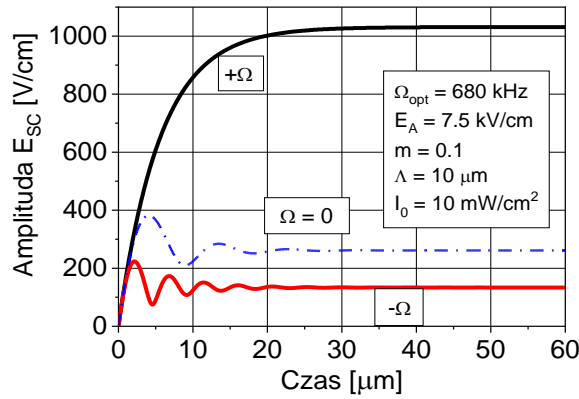
Dla pól elektrycznych poniżej wartości krytycznej, $E_A \approx 3,5 \text{ kV/cm}$, wzrost stałej siatki wpływa na zmniejszenie częstości optymalnej, a powyżej na jej nieznaczny spadek. Wartość pola ładunku przestrzennego dla optymalnej częstotliwości można wyznaczyć ze wzoru

$$E_{SC1}(\Omega_{opt}) = mE_A \frac{(L_{Ee} + L_{Eh})}{L_{Een} \sqrt{\frac{1 + K^2 L_{Eh}^2}{1 + K^2 L_{Ee}^2}} + L_{Eh} \sqrt{\frac{1 + K^2 L_{Ee}^2}{1 + K^2 L_{Eh}^2}}} \quad (5.9)$$

Wartość stałej czasowej określającej czas formowania się stanu stacjonarnego w przypadku optymalnej prędkości wzoru interferencyjnego można opisać zależnością:

$$\tau_{SC}(\Omega_{opt}) = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E_A}{q(\alpha/h\nu)I_0} \cdot \frac{1 + K^2 L_{Ee}^2}{L_{Een} + L_{Eh} \frac{1 + K^2 L_{Ee}^2}{1 + K^2 L_{Eh}^2}} \quad (5.10)$$

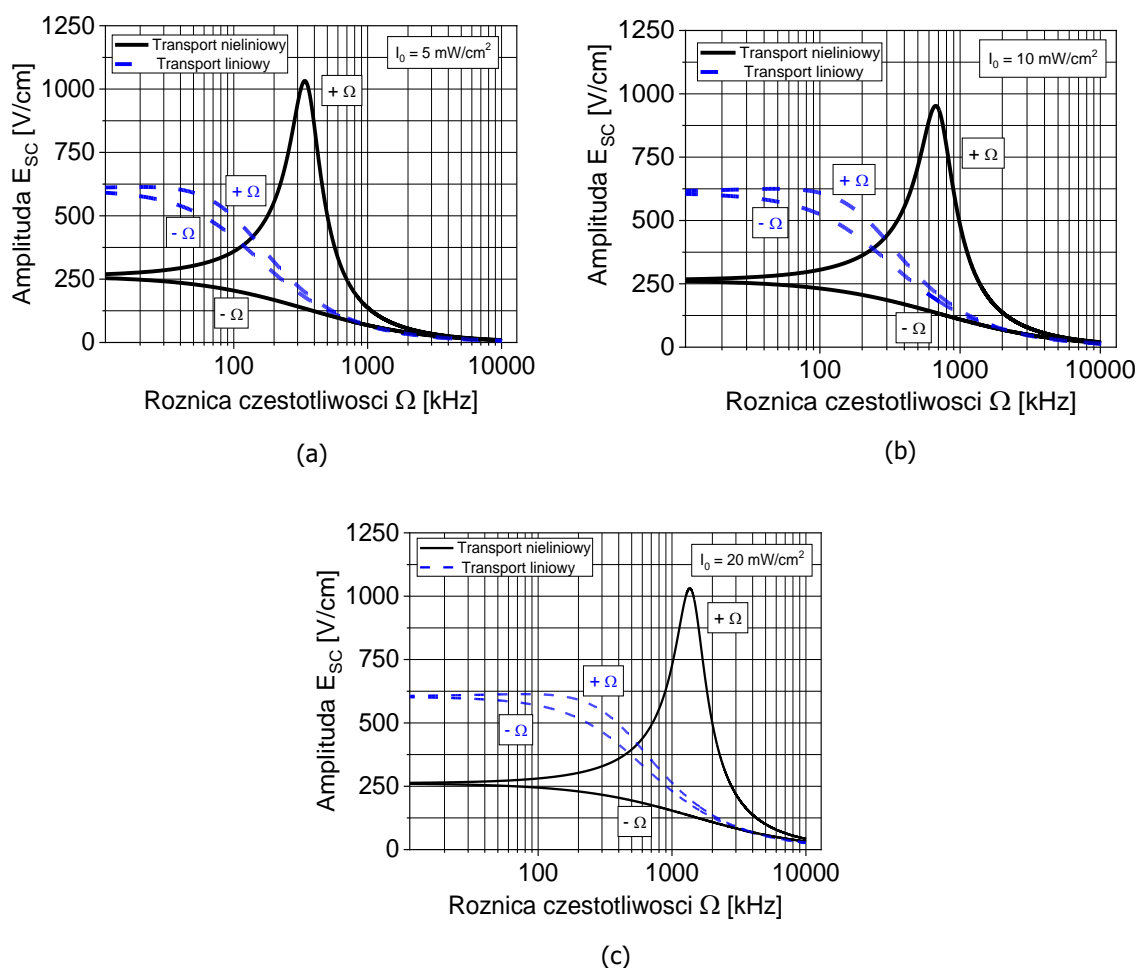
Rysunek 5.9 przedstawia zależność amplitudy pierwszej harmonicznej pola ładunku przestrzennego E_{1SC} od czasu w przypadku przesuwania się wzoru interferencyjnego w kierunkach zgodnym i przeciwnym do kierunku zewnętrznego pola, odpowiadających różnicom częstotliwości oznaczonym odpowiednio $+\Omega$ oraz $-\Omega$ oraz dla stacjonarnej siatki, $\Omega = 0$.



Rys. 5.9. Ewolucja amplitudy pola ładunku przestrzennego w przypadku wzoru interferencyjnego, stacjonarnego i poruszającego się w dwóch kierunkach v_+ oraz v_- , dla natężenia światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$. Wartość różnicy częstotliwości jest dopasowana do optymalnej prędkości siatki w przypadku $+\Omega$

Widać, że dla dodatniego (zgodnego z kierunkiem i zwrotem wektora natężenia pola E_A) kierunku ruchu wzoru interferencyjnego, nie występują oscylacje, a wartość amplitudy w stanie ustalonym jest większa niż w przypadku siatki nieruchomej lub przesuwającej się w przeciwnym kierunku. Zauważalna jest również niewielka różnica w czasie formowania się stanu stacjonarnego, który dla różnicy częstotliwości $+\Omega$ osiągnany jest w czasie dłuższym niż dla różnicy częstotliwości $-\Omega$.

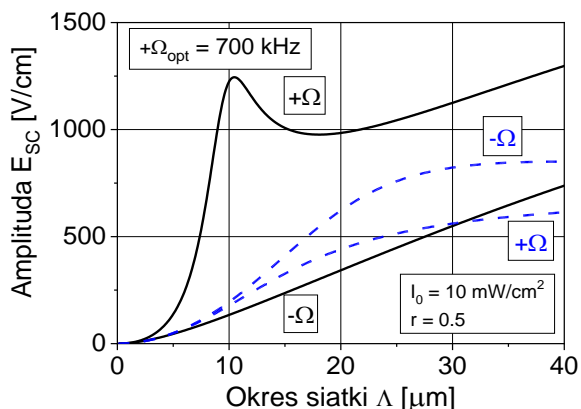
Na rysunku 5.10. przedstawiono zależność wartości maksymalnej pola ładunku przestrzennego od różnicy częstotliwości interferujących fal w przypadku ruchomego wzoru interferencyjnego o różnych natężeniach, poruszającego się z prędkościami $v_+ = +\Omega/K$ oraz $v_- = -\Omega/K$.



Rys. 5.10. Amplituda pola ładunku przestrzennego w przypadku wzoru interferencyjnego, poruszającego się w dwóch kierunkach przesuwu wzoru interferencyjnego v_+ oraz v_- , w zależności od różnicy częstotliwości interferujących fal, dla różnych natężeń światła $I_0 = 5 \rightarrow 20 \text{ mW/cm}^2$. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ oraz współczynnik kompensacji $r = 0.5$.

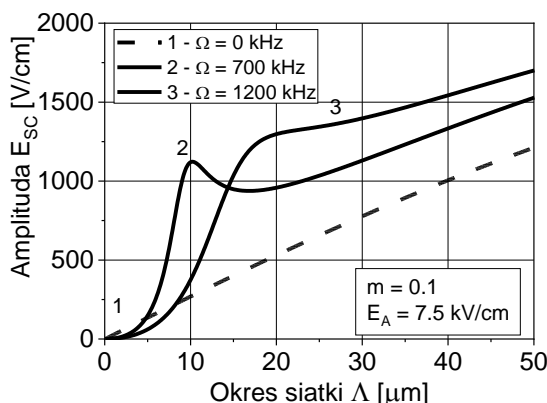
Można zaobserwować, że zwiększenie amplitudy pola ładunku przestrzennego E_{sc} występuje wyłącznie dla kierunku przesuwu siatki interferencyjnej zgodnego z kierunkiem pola elektrycznego. Zjawisko to nazywane jest rezonansowym wzmocnieniem fotorefrakcyjnym, a częstotliwość Ω_{opt} , dla której wartość

amplitudy jest największa częstotliwością rezonansową [5.2] [5.4]. Zależność amplitudy pola ładunku przestrzennego od okresu przestrzennego siatki Λ dla natężenia światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$ została przedstawiona na rysunku 5.11.



Rys. 5.11. Amplituda pola ładunku przestrzennego w obecności ruchomego wzoru interferencyjnego, poruszającego się w dwóch kierunkach, odpowiadających prędkościom v_+ oraz v_- , w funkcji okresu siatki Λ dla różnicy częstotliwości $\Omega = 700 \text{ kHz}$. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$ koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ oraz współczynnik kompensacji $r = 0.5$.

Dla porównania pokazano jak zmienia się zależność amplitudy pola ładunku przestrzennego od okresu siatki, w sytuacji kiedy wzór interferencyjny nie przesuwa się $\Omega = 0$ (1) i kiedy optymalna różnica częstotliwości jest dobrana do okresu przestrzennego siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$ (2) oraz $\Lambda = 20 \mu\text{m}$ (3). Wyniki przedstawiono na rysunku 5.12.

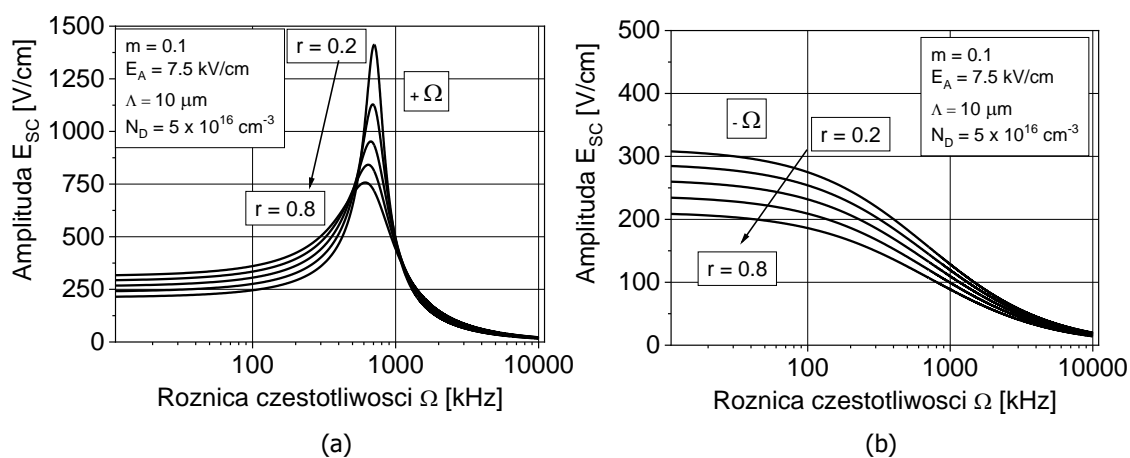


Rys. 5.12. Amplituda pola ładunku przestrzennego w funkcji okresu siatki dla stacjonarnej (1) oraz ruchomej siatki interferencyjnej (2, 3). Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$.

Dla struktury studni kwantowych o koncentracji donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ oraz współczynnika kompensacji $r = 0.5$, stosunek koncentracji elektronów i dziur wynosi $n_e/n_h = 0.5$. W kolejnym kroku zbadano wpływ różnych wartości współczynnika kompensacji oraz związanego z tym udziału elektronów w transporcie nośników na zjawiska fotorefrakcyjne. Wpływ współczynnika r na stosunek koncentracji elektronów do koncentracji dziur przedstawiony jest w poniższej tabeli.

r	0,2	0,35	0,5	0,65	0,8
n_e/n_h	≈ 2	$\approx 0,9$	$\approx 0,5$	$\approx 0,25$	$\approx 0,12$

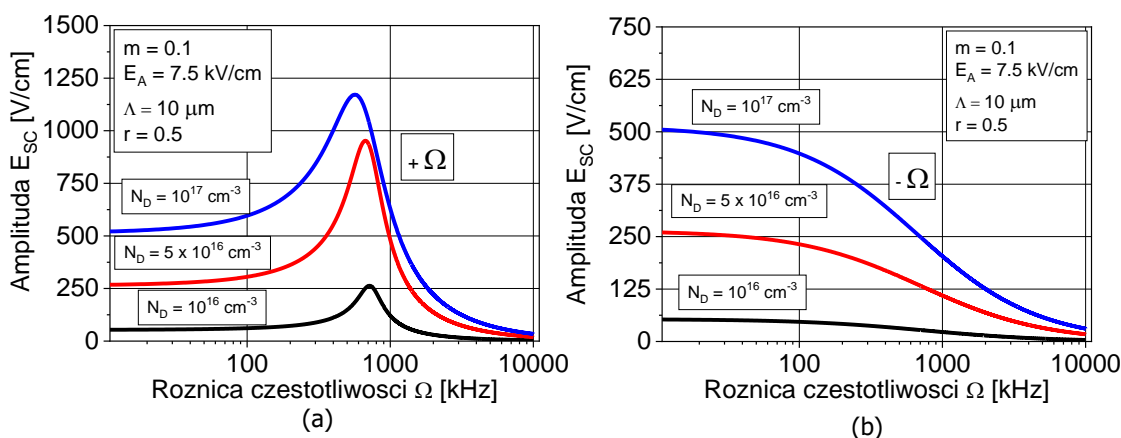
Rysunek 5.13. przedstawia zależność amplitudy pola ładunku przestrzennego od różnicy częstotliwości dla koncentracji donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ i różnych wartości współczynnika kompensacji.



Rys. 5.13. Amplituda pola ładunku przestrzennego w funkcji różnicy częstotliwości dla różnych współczynników kompensacji r oraz dwóch prędkości przesuwu siatki interferencyjnej (a) v_+ oraz (b) v_- . Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$.

Można zauważyć, że amplituda E_{SC} dla optymalnej różnicy częstotliwości rośnie wraz ze wzrostem współczynnika kompensacji w przypadku ruchu siatki zgodnego z kierunkiem przyłożonego pola oraz maleje gdy kierunek ten jest przeciwny. Rysunek 5.14. przedstawia wpływ koncentracji donorów i akceptorów

na zależność amplitudy pola ładunku przestrzennego od różnicy częstotliwości, przy zachowaniu stałej wartości współczynnika kompensacji.

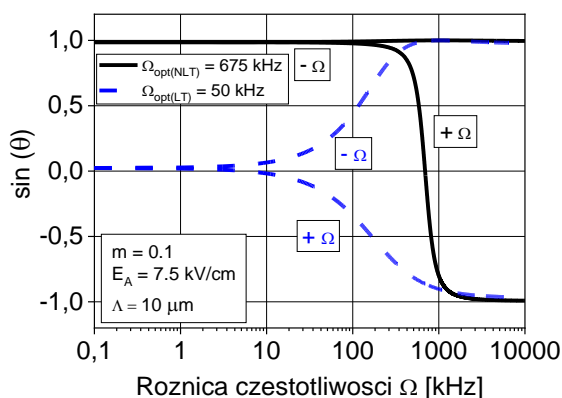


Rys. 5.14. Amplituda pola ładunku przestrzennego w funkcji różnicy częstotliwości dla różnych wartości koncentracji donorów N_D oraz dwóch kierunków przesuwu siatki interferencyjnej, dla różnicy częstotliwości (a) $+\Omega$ oraz (b) $-\Omega$. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5$ kV/cm, współczynnik kompensacji $r = 0.5$, okres siatki $\Lambda = 10$ μ m.

Kolejnym krokiem była analiza zjawiska przesunięcia fazowego rozkładu pola ładunku przestrzennego względem ruchomego wzoru interferencyjnego. Na podstawie (5.7) został wyznaczony wzór opisujący wartość tangensa kąta przesunięcia:

$$\tan(\Phi) = \frac{K(L_{Ee}/\tau_{dih} - L_{Eh}/\tau_{dien}) \pm \Omega(1 + K^2 L_{Ee} L_{Eh})}{(1/\tau_{dien} + 1/\tau_{dih}) \pm \Omega K(L_{Ee} - L_{Eh})} \quad (5.11)$$

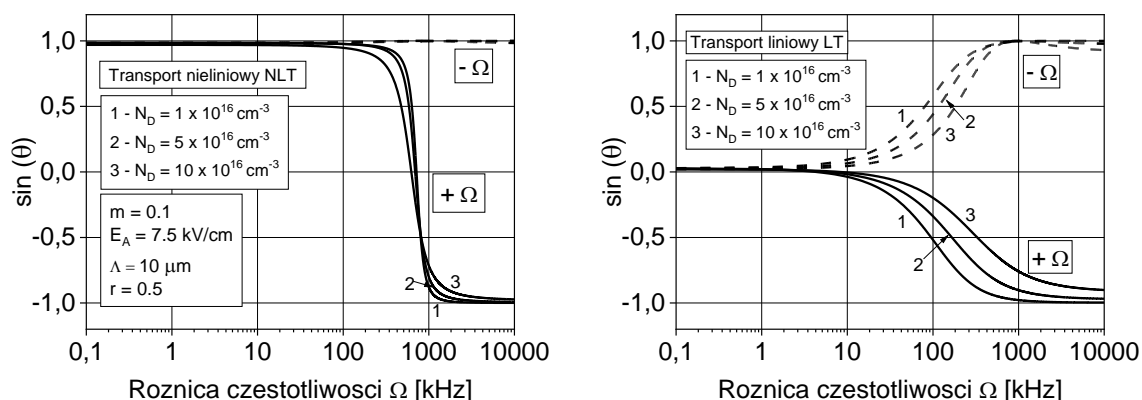
Zależność przesunięcia fazowego od różnicy częstotliwości interferujących fal przedstawiona została na rysunku 5.15.



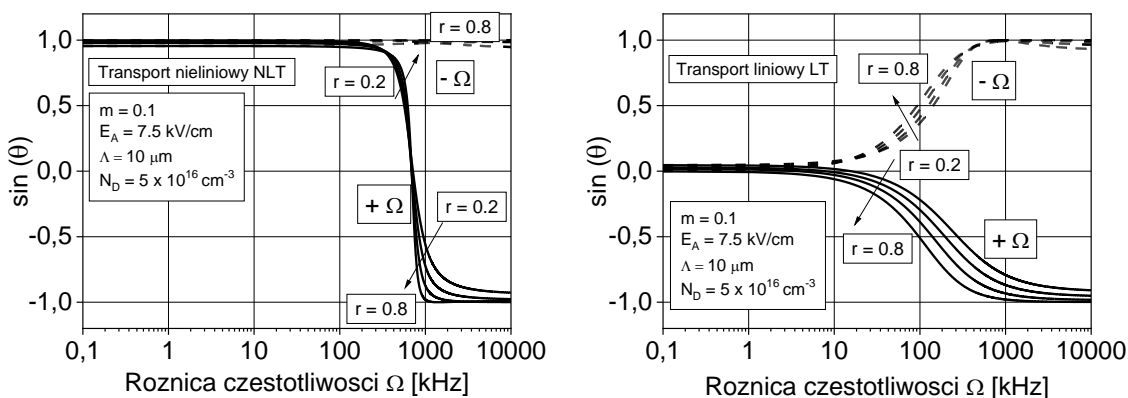
Rys. 5.15. Przesunięcie fazowe pola ładunku przestrzennego względem wzoru interferencyjnego w funkcji różnicy częstotliwości dla dwóch kierunków przesuwu siatki. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5$ kV/cm, okres siatki $\Lambda = 10$ μ m koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16}$ cm $^{-3}$ współczynnik kompensacji $r = 0.5$.

Widać, że dla małych różnic częstotliwości, wartość przesunięcia fazowego wynosi $\pi/2$ dla transportu nieliniowego (efekt gorących elektronów) oraz około 0 w przypadku transportu liniowego. Dla wzrastającej różnicy częstotliwości wartość przesunięcia ulega zmianie w zależności od kierunku ruchu siatki. Dla $\Omega > \Omega_{opt}$ oraz dodatniego kierunku ruchu $v_+ = +\Omega/K$ wartość przesunięcia fazowego maleje, przechodząc przez zero zmienia znak i dąży do wartości $-\pi/2$, natomiast dla kierunku $v_- = +\Omega/K$ pozostaje stała i oscyluje w okolicach $\pi/2$. W przypadku transportu liniowego dla $\Omega > \Omega_{opt}$ oraz kierunku v_+ przesunięcie fazowe dąży od zera do wartości $-\pi/2$, a dla v_- oraz $\Omega > \Omega_{opt}$ wzrasta do $\pi/2$. Dla dużych prędkości siatki wyniki dla transportu liniowego i nieliniowego są podobne.

Sprawdzono również jak zmienia się zależność przesunięcia fazowego od różnicy częstotliwości dla różnych wartości koncentracji donorów oraz współczynnika kompensacji. Wyniki zostały przedstawione na rysunkach 5.16. oraz 5.17

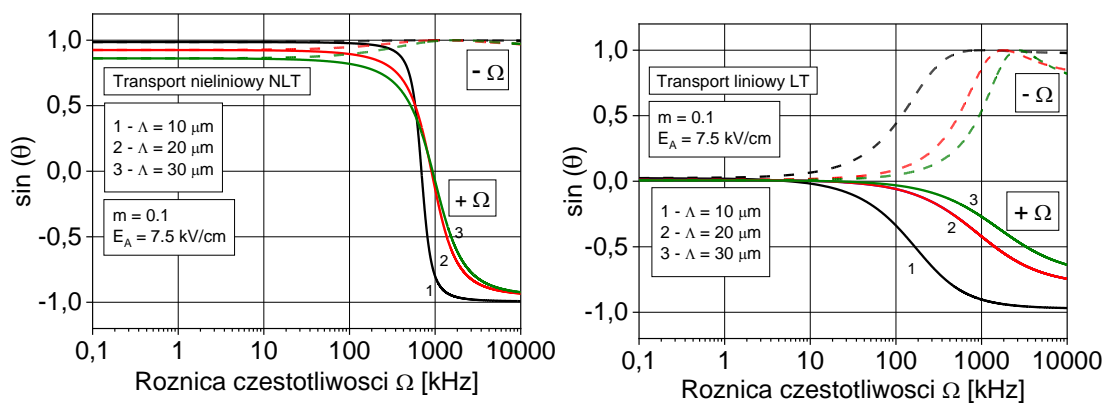


Rys. 5.16. Przesunięcie fazowe pola ładunku przestrzennego względem wzoru interferencyjnego w funkcji różnicy częstotliwości dla dwóch kierunków ruchu siatki oraz różnej wartości koncentracji donorów N_D . Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, okres siatki $\Lambda = 10 \text{ }\mu\text{m}$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$.



Rys. 5.17. Przesunięcie fazowe pola ładunku przestrzennego względem wzoru interferencyjnego w funkcji różnicy częstotliwości dla dwóch kierunków siatki oraz różnej wartości współczynnika kompensacji r . Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

Można zauważyć, że zmiana wartości koncentracji donorów N_D oraz ich stosunek do koncentracji akceptorów $r = N_D/N_A$ nie wpływa w znaczący sposób na wartość przesunięcia fazowego pola ładunku przestrzennego ani na jego zależność od różnicy częstotliwości interferujących ze sobą fal. Nieco większe znaczenie ma wybór okresu siatki interferencyjnej, co zostało przedstawione na rysunku 5.18.

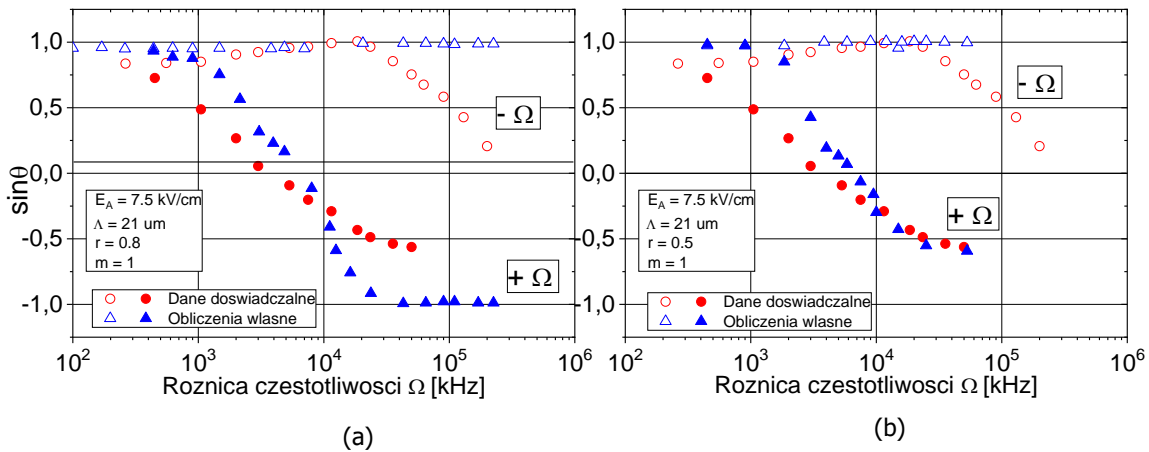


Rys. 5.18. Przesunięcie fazowe pola ładunku przestrzennego względem wzoru interferencyjnego w funkcji różnicy częstotliwości dla dwóch kierunków ruchu siatki oraz różnych wartości jej okresu przestrzennego Λ . Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$.

5.3. Ruchomy wzór interferencyjny o dużej głębokości modulacji

W celu zbadania zjawisk powstających podczas formowania się pola ładunku przestrzennego w strukturach fotorefrakcyjnych wielokrotnych studni kwantowych w przypadku dużej głębokości modulacji ruchomego wzoru interferencyjnego $m \approx 1$ został rozbudowany model numeryczny opisany w Rozdziale 3.2. Wyniki obliczeń numerycznych zostały porównane z wynikami otrzymanymi drogą doświadczalną opisanymi w pracy [5.5]. Parametry materiałowe wykorzystane w metodzie numerycznej są tożsame z parametrami wykorzystanymi w modelu analitycznym. Odnoszą się one również do parametrów struktury wykorzystanej w doświadczeniu opisanym w artykule [5.5].

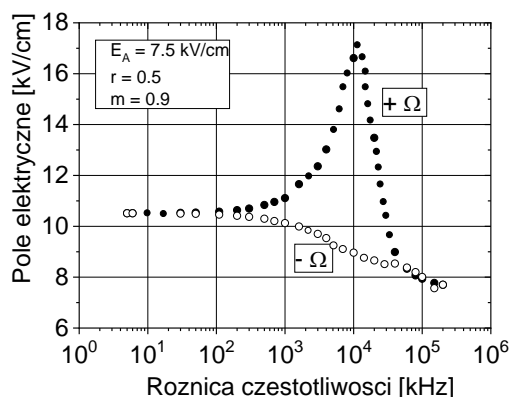
Celem analizy było określenie wpływu zastosowania ruchomego wzoru interferencyjnego na przesunięcie pola ładunku przestrzennego względem rozkładu natężenia światła padającego na strukturę. Wyniki zostały zaprezentowane na rysunku 5.19.



Rys. 5.19. Porównanie sinusa przesunięcia pola ładunku przestrzennego w funkcji różnicy częstotliwości dla dwóch różnych współczynników kompensacji: (a) $r = 0.8$ oraz (b) $r = 0.5$. Wyniki doświadczalne z pracy [5.5] oznaczone są za pomocą czerwonych kropek wyniki otrzymane numerycznie - niebieskie kropki. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m \sim 1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

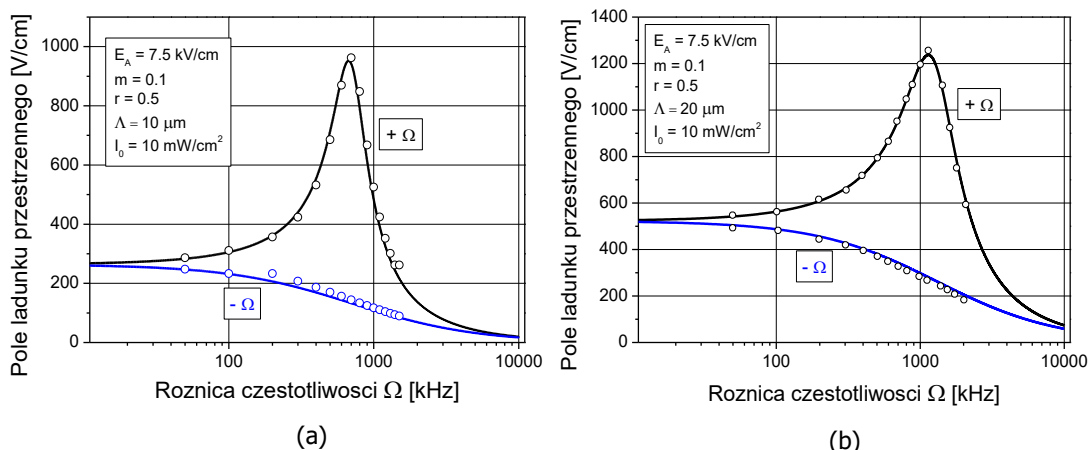
Dla $r = 0.5$ widać zgodność wyników dla małych i średnich prędkości siatki. Rozbieżność powstaje dla dużych różnic częstotliwości ($\Omega > 30 \text{ kHz}$). W tym przypadku obliczenia numeryczne nie przewidują zaobserwowanego doświadczalnie spadku wartości przesunięcia pola ładunku przestrzennego względem rozkładu natężenia światła, która wystąpiła przy dużych Ω . Przeprowadzono szereg obliczeń, jednak dla parametrów zgodnych z podanymi w pracy [5.5] nie znaleziono satysfakcjonującego rozwiązania.

Zbadano również jak w przypadku dużej głębokości modulacji zmienia się amplituda pola elektrycznego w funkcji różnicy częstotliwości. Wyniki zostały przedstawione na rysunku 5.21.



Rys. 5.20. Amplituda pola elektrycznego w funkcji różnicy częstotliwości. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.9$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$, okres przestrzenny $\Lambda = 20 \mu\text{m}$.

Widać, że dla optymalnej różnicy częstotliwości $\Omega_{opt} = 10^4 \text{ kHz}$ oraz v_+ wartość amplitudy jest największa. Dodatkowo zweryfikowano zgodność metody numerycznej oraz rozwiązań otrzymanych drogą linearyzacji równań (3.1a – 3.1f) dla małego współczynnika modulacji wzoru interferencyjnego. Na rysunku 5.21. przedstawiono amplitudę pola ładunku przestrzennego w przypadku wzoru interferencyjnego, poruszającego się w dwóch kierunkach, w zależności od różnicy częstotliwości interferujących fal.



Rys. 5.21. Amplituda pola ładunku przestrzennego w przypadku wzoru interferencyjnego, poruszającego się w dwóch kierunkach, w zależności od różnicy częstotliwości interferujących fal dla natężenia światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$ (a) oraz $\Lambda = 20 \mu\text{m}$ (b), wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ oraz współczynnik kompensacji $r = 0.5$. Liniją ciągłą zaznaczono wyniki otrzymane w wyniku linearyzacji równań, natomiast kółkami zaznaczono wyniki otrzymane metodą numeryczną.

Na powyższych rysunkach widać dużą zgodność wyników otrzymanych za pomocą obu opisanych w niniejszej pracy metod. Potwierdza to tezę o możliwości stosowania metody opartej na linearyzacji równań PDDT dla małej wartości współczynnika modulacji wzoru interferencyjnego.

Bibliografia – Rozdział 5

- 5.1. Wang Q., Brubaker R. M., Nolte D. D., "Photorefractive phase shift induced by hot-electron transport: Multiple-quantum-well structures", *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 1773 (1994)
- 5.2. Wichtowski M., "Wave mixing analysis in photorefractive quantum wells in the Franz–Keldysh geometry under a moving grating", *Appl. Phys. B* **115**, 505–516 (2014)
- 5.3. Yeh P., Chapt. 3 in: "Introduction do Photorefractive Nonlinear Optics", ed. by Yeh P., (Wiley, New York, 1993)

- 5.4. Jabłoński B., Wichtowski M., Ziółkowski A., Weinert-Rączka E., "Standard model of a photorefractive effect and moving grating wave-mixing in semi-insulating GaAs quantum wells" *Opt. Quant. Electron* **49**, 182 (2017)
- 5.5. Balasubramanian S., Lahiri I., Ding Y., Melloch N., Nolte D. D., "Two-wave-mixing dynamics and nonlinear hot-electron transport in transverse-geometry photorefractive quantum wells studied by moving gratings", *Appl. Phys. B* **68**, 863 (1999)

Podsumowanie

W pracy przedstawiono analizę przebiegu procesu formowania się pola ładunku przestrzennego w strukturach półizolacyjnych wielokrotnych studni kwantowych w zależności od zewnętrznego pola elektrycznego, rozkładu natężenia światła i parametrów materiałowych.

W pierwszej części opisano zjawisko fotorefrakcyjne w strukturach studni kwantowych GaAs/AlGaAs oraz jego model matematyczny. Poprzez wykorzystanie modelu studni kwantowej o skończonej wysokości barier potencjału, sprawdzono możliwość zastosowania modelu jednowymiarowego transportu nośników w strukturach, które były analizowane w dalszej części pracy.

W drugiej części przedstawione zostały rozwiązania układu równań transportu opisujących generację, rekombinację i transport nośników ładunku dla struktury oświetlonej dwiema interferującymi falami (geometria mieszania dwufalowego). Wyniki były otrzymane z zastosowaniem dwóch podejść: analitycznego, polegającego na linearyzacji równań oraz numerycznego, opartego na metodzie różnic skończonych. Porównując wyniki analizy ewolucji pola ładunku przestrzennego za pomocą obu metod określono zakres ich stosowalności w zależności od współczynnika głębokości modulacji wzoru interferencyjnego. Zbadano również zależność części rzeczywistej stałej czasowej od natężenia światła oraz okresu siatki określając czas niezbędny do osiągnięcia stanu ustalonego. Sprawdzono dodatkowo, jak nieliniowość transportu, związana z zależnością ruchliwości elektronów od pola elektrycznego wpływa na osiąganą wartość amplitudy pola ładunku przestrzennego oraz na jego przesunięcie względem wzoru interferencyjnego (tzw. przesunięcie fazowe). W kolejnej części określono, jaki wpływ ma wartość współczynnika kompensacji donorów na czas formowania się wewnętrznego pola elektrycznego oraz na występowanie oscylacji w tym procesie. Zaproponowano również rozbudowanie modelu transportu PDDT tak, aby uwzględniał zależność wartości współczynnika pułapkowania nośników od pola elektrycznego.

W trzeciej części, dzięki kolejnemu rozbudowaniu modelu numerycznego, przeprowadzono analizę zjawisk występujących w przypadku ruchomego wzoru

interferencyjnego. W szczególności określono czynniki wpływające na wartość optymalnej różnicy częstotliwości interferujących fal, dla której wzmocnienie fotorefrakcyjne jest największe. Przedstawiono również ewolucję amplitudy pola ładunku przestrzennego dla różnych parametrów materiałowych struktury. Wyniki obliczeń numerycznych porównano z rezultatami znanych z literatury pomiarów przesunięcia fazowego w przypadku ruchomej siatki.

Podsumowując można stwierdzić, że użyta do obliczeń rozbudowana na potrzeby opisywanych badań metoda numeryczna, pozwala na szczegółową analizę efektu zjawiska fotorefrakcyjnego. Umożliwiła też otrzymanie lepszej, niż opisywana we wcześniejszych pracach, zgodności rezultatów obliczeń z wynikami eksperymentalnymi co potwierdza postawioną we wprowadzeniu tezę pracy.

Dynamika pola elektrycznego w strukturach wielokrotnych studni kwantowych jest dość złożona, co wynika między innymi z nieliniowości transportu elektronowego. Przebieg zjawisk zależy od koncentracji defektów, współczynnika pułapkowania, natężenia światła i głębokości modulacji wzoru interferencyjnego. Przedstawiony model numeryczny pozwala analizować wszystkie te zależności, ale często wymaga długotrwałych obliczeń. Zaletą metody analitycznej jest natomiast możliwość uzyskania bardzo szybkiej oceny wpływu rozmaitych parametrów na przebieg zjawiska w niniejszej rozprawie. Określono zakres stosowalności obu metod i pokazano dużą zgodność w tym zakresie.

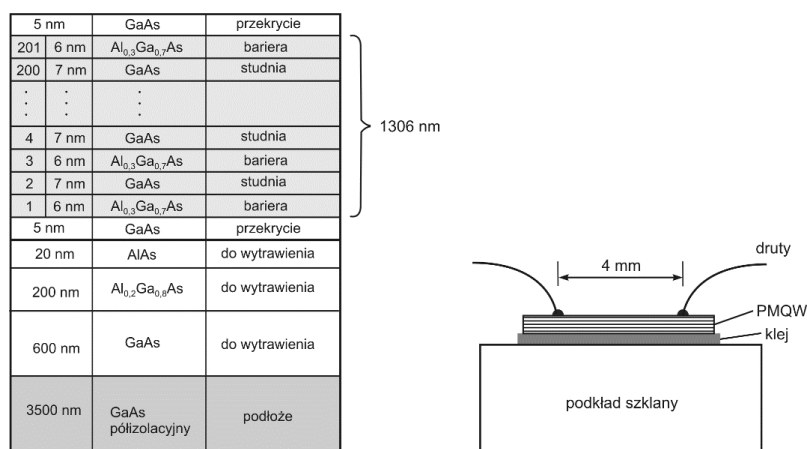
Mimo, że zasadniczy cel oraz teza pracy zostały osiągnięte, niektóre z poruszanych kwestii wciąż pozostają otwarte. Jedną z nich jest niepotwierdzony za pomocą wyżej wymienionych metod spadek wartości przesunięcia pola ładunku przestrzennego względem wzoru interferencyjnego zaobserwowany doświadczalnie przy dużych prędkościach ruchomej siatki (Rys. 5.20).

Dodatek A

Wpływ implantacji protonami na fotoprzewodnictwo w strukturach PR-MQW

Jako uzupełnienie badań teoretycznych przeprowadzono pomiary charakterystyk prądowo – napięciowych oraz zbadano wpływ implantacji protonami na fotoprzewodnictwo w strukturach PR-MQW, porównując otrzymane wyniki z charakterystykami teoretycznymi.

Badanymi strukturami były fotorefrakcyjne wielokrotne studnie kwantowe w układzie GaAs-Al_{0,3}Ga_{0,7}As, zaprojektowane przez zespół pracowników Katedry Telekomunikacji i Fotoniki Wydziału Elektrycznego Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie. Zostały one wyprodukowane techniką metalo-organicznego nanoszenia z fazy gazowej (ang. *metal-organic chemical vapour deposition* – MOCVD) przez zespół z Instytutu Technologii Materiałów Elektronicznych (ITME) w Warszawie. Celem wytworzenia struktur było zbadania zależności ich właściwości elektrooptycznych od temperatury [A.1]. Struktury zbudowane były z cienkich, naprzemiennie ułożonych warstw GaAs o grubości 7 nm, pełniących rolę studni oraz warstw Al_{0,3}Ga_{0,7}As o grubości 6 nm pełniących rolę barier. Całkowita grubość struktury PR-MQW wynosiła 1,3 μm. Schemat badanej struktury przedstawiono na rysunku A.1.



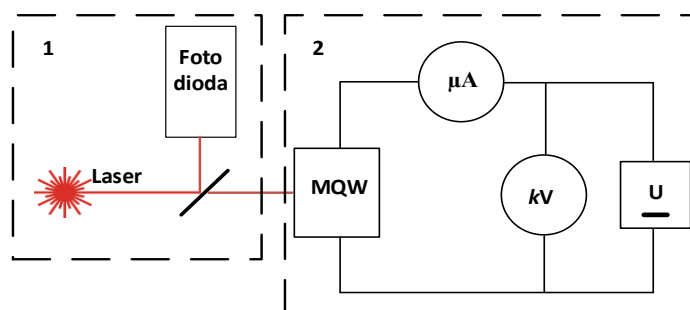
Rys. A.1. Struktura fotorefrakcyjnych wielokrotnych studni kwantowych zbudowanych z GaAs i Al_{0,3}Ga_{0,7}As. wyprodukowana w Instytucie Technologii Materiałów Elektronicznych.

Wytworzona struktura była materiałem półprzewodzącym, zawierającym zawsze pewną ilość płytkich domieszek (głównie krzemu i węgla) o koncentracji rzędu 10^{15} cm^{-1} i nie wykazywała efektu fotorefrakcyjnego. Została ona poddana bombardowaniu strumieniem wysokoenergetycznych protonów (o energii rzędu 160 keV), w celu wytworzenia defektów sieci (o poziomach energetycznych w pobliżu środka przerwy energetycznej), które kompensowały istniejące w materiale płytke domieszki, dzięki czemu stała się półizolacyjna oraz zaczęła wykazywać efekt fotorefrakcyjny. Proces bombardowania każdej próbki został wykonany dwukrotnie, dla dwóch różnych energii, co prezentuje Tabela A.1.

Tabela A.1. Wartości energii oraz dawek wykorzystanych podczas implantacji struktury PR-MQW.

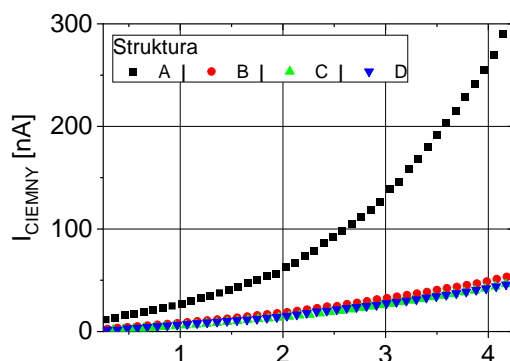
Struktura	Energia 1	Dawka 1	Energia 2	Dawka 2
A	Brak implantacji			
B	160 keV	$1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$	80 keV	$1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
C	160 keV	$1,5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$	80 keV	$1,5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
D	160 keV	$2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$	80 keV	$2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$

W celu przeprowadzenia pomiarów przewodności ciemnej badanych struktur został zestawiony prosty układ laboratoryjny. Składał się on z lasera kryptonowo/argonowego, układu kontrolującego natężenie wiązki (1), układu pomiarowego (2) oraz struktury PR-MQW – rysunek A.2. Pole elektryczne zostało przyłożone równoległe do płaszczyzn studni kwantowych (geometria Franza-Keldysha).



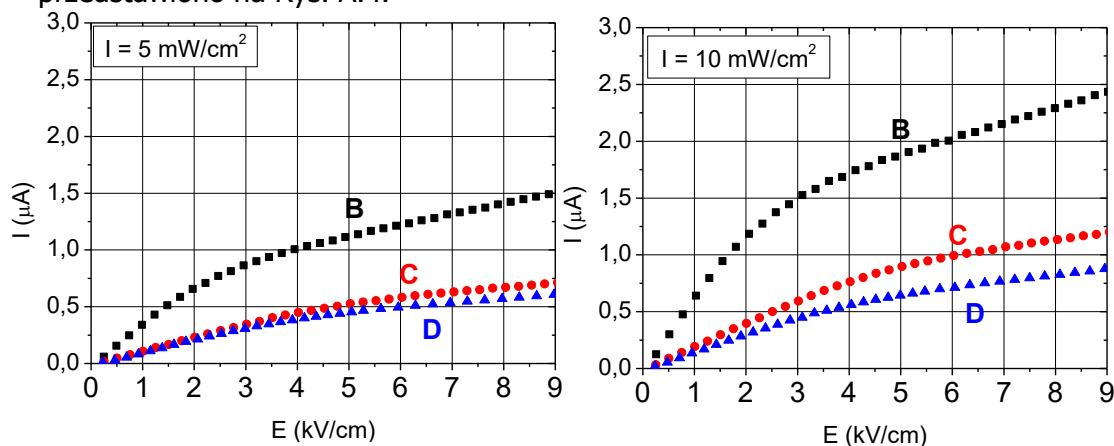
Rys. A.2. Schemat układu służącego do pomiarów charakterystyk prądowo-napięciowych struktur PR-MQW.

Na rysunku A.3 przedstawiono charakterystyki prądowo-napięciowe badanych struktur bez oświetlenia I_{ciemny} w funkcji przykładanego napięcia (U). Widać, że struktura A, która nie została poddana implantacji zachowuje się jak materiał półprzewodzący. W przypadku struktur B-D prąd płynący jest mniejszy, a jego zależność od pola elektrycznego ma charakter quasi-liniowy.



Rys. A.3. Natężenie prądu ciemnego E [kV/cm] płynącego przez próbkę w funkcji przyłożonego napięcia.

Próbki oświetlano wiązką światła laserowego o długości fali $\lambda = 514 \text{ nm}$ (laser argonowo-kryptonowy) i jednorodnym rozkładzie natężenia światła w przekroju poprzecznym. Wykonano pomiary natężenia prądu płynącego w danej próbce w zależności od przykładanego napięcia oraz intensywności oświetlenia. Wyniki przedstawiono na Rys. A.4.



Rys. A.4. Natężenie prądu w funkcji pola elektrycznego dla struktur wielokrotnych studni kwantowych zbombardowanych protonami o różnych dawkach. Natężenie światła padającego na strukturę $I = 5 \text{ mW/cm}^2$ oraz $I = 10 \text{ mW/cm}^2$.

Widać wpływ implantacji protonami na charakterystyki prądowo-napięciowe. Im większa dawka protonów tym mniejsza wartość natężenia prądu płynącego

przez strukturę. Przy założeniu, że głównym skutkiem implantacji jest generacja głębokich defektów typu EL2 [A.2] obserwowany efekt można wyjaśnić lepszą kompensacją płytkich defektów występujących w materiale. Dla natężenia pola elektrycznego powyżej wartości 3 kV/cm widać zmianę kształtu charakterystyki związanej z transportem nieliniowym elektronów, występującym we wszystkich strukturach.

Zależności teoretyczne

Całkowita gęstość prądu płynącego przez strukturę fotorefrakcyjnych wielokrotnych studni kwantowych może być opisana jako suma gęstości prądu elektronowego i dziurowego:

$$j = j_e + j_h = q[\mu_e(E)n_e + \mu_h n_h]E_0 \quad (\text{A.1})$$

gdzie, μ_e oraz μ_h odpowiadają ruchliwościom elektronów oraz dziur, natomiast n_{e0} oraz n_{h0} określają koncentrację elektronów i dziur dla oświetlenia jednorodnego [A.3] [A.4]. Przy czym:

$$n_e = \left(\frac{\alpha}{\hbar\nu}\right) I_0 / \gamma_e N_D^+ \quad n_h = \left(\frac{\alpha}{\hbar\nu}\right) I_0 / \gamma_h N_D^0$$

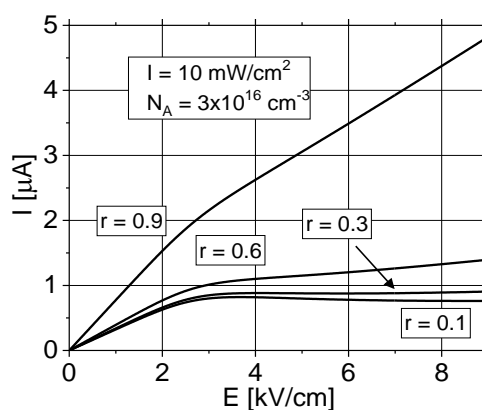
gdzie, I_0 jest natężeniem światła, N_D koncentracją donorów, $\gamma_{e,h}$ współczynnikiem pułapkowania odpowiednio dla elektronów oraz dziur, α jest współczynnikiem absorpcji międzypasmowej.

Współczynnik kompensacji $r = N_D / N_A$, pozwala oszacować, czy transport nośników w strukturze MQW jest zdominowany przez elektrony czy dziury. W sytuacji gdy r jest mniejsze od wartości około 0.3 występuje transport zdominowany przez elektrony, natomiast dla wartości większych $r > 0.3$ następuje zmiana dominującego nośnika w materiale i koncentracja dziur zaczyna przewyższać koncentrację elektronów, co widać w wynikach zamieszczonych w Tabeli A.2.

Tabela A.2. Stosunek koncentracji dziur do koncentracji elektronów w odniesieniu do wartości współczynnika kompensacji donorów.

r	0.1	0.3	0.60	0.90
n_h/n_e	0.22	0.85	3.67	18

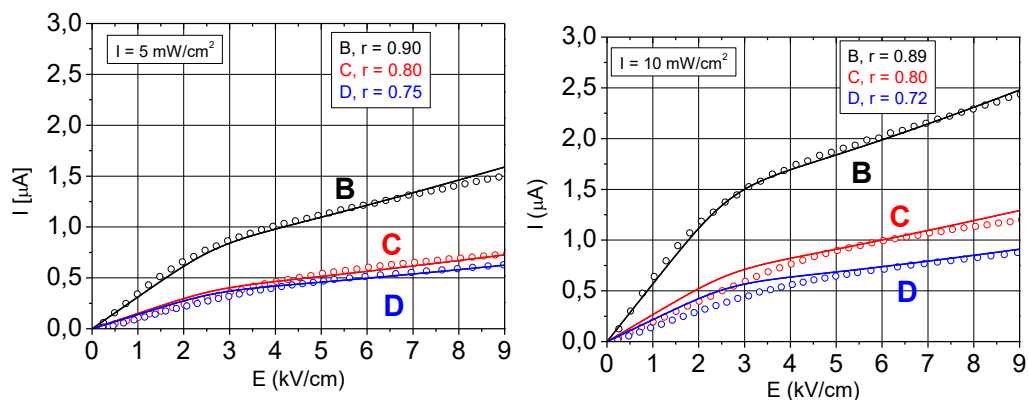
Na rysunku A.5 przedstawione są wyznaczone teoretycznie charakterystyki prądowo-napięciowe struktury MQW dla różnych wartości współczynnika kompensacji. Obliczenia te zostały przeprowadzone dla jednorodnego oświetlenia $I = 10 \text{ mW/cm}^2$ oraz standardowej wartości koncentracji akceptorów $N_A = 3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ [A.6].



Rys. A.5. Teoretycznie wykreślona zależność natężenia prądu od pola dla struktur fotorefrakcyjnych wielokrotnych studni kwantowych dla różnych wartości współczynnika kompensacji. Koncentracja akceptorów $N_A = 3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Natężenie światła $I = 10 \text{ mW/cm}^2$ długość fali $\lambda = 647 \text{ nm}$.

Dla zmniejszającego się współczynnika kompensacji donorów, powyżej wartości 3 kV/cm obserwujemy coraz silniejsze zakrzywienie charakterystyk związane z nieliniowym transportem elektronów.

Porównanie charakterystyk teoretycznych i doświadczalnych pozwala na oszacowanie stosunku koncentracji elektronów do koncentracji dziur. W tym celu wyniki doświadczalne dopasowano krzywymi teoretycznymi, o różnych współczynnikach kompensacji donorów, przedstawiono razem na Rysunku A.6. Linie ciągłe obrazują wyniki teoretyczne, a kropki wyniki doświadczalne.



Rys. A.6. Natężenie prądu w funkcji pola elektrycznego oraz początkowej koncentracji akceptorów $N_A \approx 4.5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ oraz różnej wartości współczynnika kompensacji $r = N_D/N_A$. Natężenie światła: (1) $I = 5 \text{ mW/cm}^2$ (2) $I = 10 \text{ mW/cm}^2$. Liniami ciągłymi zostały wykreślone charakterystyki teoretyczne, natomiast kropki przedstawiają wartości zmierzone doświadczalnie [A.7].

Z porównania krzywych doświadczalnych i teoretycznych wynika, że współczynnik kompensacji donorów r badanych struktur zawiera się w przedziale $0.7 \div 0.9$, co odpowiada stosunkowi koncentracji dziur do elektronów n_h/n_e w zakresie $5 \div 16$. Wskazuje to na dominację transportu dziurowego we wszystkich zbadanych próbkach. Pokazano, że stosując bombardowanie struktury protonami o różnych dawkach można w pewnym zakresie wpływać na stosunek koncentracji elektronów do dziur, dopasowując go do potrzeb.

Bibliografia – Dodatek A

- A.1. Miśkiewicz E., Ziółkowski A., Wichtowski M., Weinert-Rączka E., "Thermally induced changes of the electro-optical properties of semi-insulating GaAs/AlGaAs multiple quantum well structures", *Opt. Materials*, **89** 231-236 (2019)
- A.2. A.1.Huignard J. P., Gunter P. in: "Photorefractive Materials and Their Applications I" ed. By Huignard J. P., Gunter P., (Springer – Verlag, Berlin, Heidelberg 1988)
- A.3. Wang Q., Brubaker R. M. and Nolte D. D., "Photorefractive phase shift induced by hot-electron transport: Multiple-quantum-well structures", *J. Opt. Soc. Am. B*, **9** 1773 (1994)

- A.4. Balasubramanian S., Lahiri I., Ding Y., Melloch N., Nolte D. D., "Two-wave-mixing dynamics and nonlinear hot-electron transport in transverse-geometry photorefractive quantum wells studied by moving gratings", *Appl. Phys. B*, **68** 863 (1999)
- A.5. Nolte D. D., in: "Photorefractive effects and Materials", (Kluwer, Dordrecht, 1995)
- A.6. Magana L. F., Agulló-López F. and Carrascosa M., "Role of physical parameters on the performance of semiconductor multiple quantum well," *J. Opt. Soc. Am. B*, **11** 1651 (1994)
- A.7. Jabłoński B., Branecka A., Miśkiewicz E., Ziółkowski A., Weinert-Rączka E., "Impact of proton implantation parameters on the photoconductivity of photorefractive multiple quantum wells", *Photonics Letters of Poland*, **7** 121-123 (2015)

Spis Rysunków

Nazwa	Opis	Strona
Rys. 1.5.	Model pasmowy transportu fotorefrakcyjnego w materiale z przewodnictwem elektronowym i jednym poziomem głębokich pułapek. (1) generacja (wzbudzone za pomocą światła elektrony przechodzą do pasma przewodnictwa. (2) transport (swobodne elektrony przemieszczają się w wyniku dryftu i dyfuzji), (3) rekombinacja (swobodne nośniki wychwytywane są przez zjonizowane donory). Całkowicie skompensowane płytkie akceptory zapewniają początkową niezerową koncentrację pułapek dla elektronów.	17
Rys. 1.2.	Zależność temperatury elektronowej T_e od natężenia pola elektrycznego dla arsenku galu (obliczenia własne)	20
Rys. 1.3.	Zależność średniej ruchliwości elektronów od natężenia pola elektrycznego dla arsenku galu. (obliczenia własne)	21
Rys. 1.4.	Zależność średniej prędkości unoszenia elektronów od natężenia pola elektrycznego dla arsenku galu	21
Rys. 2.1.	Budowa oraz schemat energetyczny studni kwantowej typu I o szerokości L_w oraz przerwach energetycznych E_g^A , E_g^B odpowiednio dla półprzewodnika A oraz B .	23
Rys. 2.2.	Schemat skończonej prostokątnej studni potencjału.	25
Rys. 2.3.	Rozwiązanie graficzne układów równań (2.6), (2.7) dla stanów parzystych oraz nieparzystych dla elektronów (a), ciężkich dziur (b) oraz lekkich dziur (c).	27
Rys. 2.4.	Funkcje falowe dla elektronów, ciężkich dziur oraz lekkich dziur. Szerokość studni $L_w = 7.5 \text{ nm}$, szerokość bariery $L_B = 10 \text{ nm}$	29
Rys. 2.5.	Schemat poziomów energetycznych w strukturze studni kwantowych w układzie GaAs/Al _{0.3} Ga _{0.7} As wraz z podanymi głębokościami dla (a) ciężkich dziur E_{hh} , (b) lekkich dziur E_{lh} .	30

	Szerokość studni $L_w \approx 7.5 \text{ nm}$, $E_g^A = 1.42 \text{ eV}$, $E_g^B = 1.90 \text{ eV}$, $\Delta E_c = 0.28 \text{ eV}$, $\Delta E_v = 0.14 \text{ eV}$.	
Rys. 2.6.	Schemat przekroju przez strukturę epitaksjalną SI-MQW (a), element z warstwą SI-MQW po wytrawieniu podłoża i naklejeniu na podkład szklany (b).	31
Rys. 2.7.	Schemat układu poziomów energetycznych dla absorpcji ekscytonowej w strukturze GaAs dla $n=1$, na podstawie [2.8]	32
Rys. 2.8.	Energia wiązania ekscytonów w funkcji szerokości studni kwantowej dla struktury GaAs/Al _{0.3} Ga _{0.7} As. Na podstawie [2.8]	33
Rys. 2.9.	Przekrój poprzeczny ekscytonu w strukturze objętościowego GaAs oraz strukturze studni kwantowej w układzie GaAs/AlGaAs, na podstawie [2.8].	33
Rys. 2.10.	Widmo absorpcyjne dla struktury studni kwantowej w układzie GaAs/AlGaAs w temperaturze pokojowej ($T = 300K$) na podstawie [2.8] (a), przykład wpływu pola elektrycznego $E_A = 7 \text{ kV/cm}$ na piki ekscytonowe w widmie absorpcji dla $n=1$ (b) [2.9]. W obecności napięcia następuje obniżenie i poszerzenie pików ekscytonowych oraz przesunięcie widma w stronę dłuższych fal.	35
Rys. 3.1.	Schemat blokowy algorytmu numerycznego służącego do modelowania zjawisk nieliniowych w strukturach półizolacyjnych wielokrotnych studni kwantowych [3.12].	43
Rys. 3.2.	Ewolucja pola ładunku przestrzennego w strukturze MQW otrzymana za pomocą metody numerycznej (linia ciągła) oraz poprzez linearyzację układu równań PDDT (linia przerywana) dla różnych wartości głębokości modulacji wzoru interferencyjnego $m = \{0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 0.7, 0.9\}$. Wartość zewnętrznego pola elektrycznego $E_A = 7 \text{ kV/cm}$, stosunek koncentracji donorów do akceptorów $r = 0.8$, $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.	49
Rys. 4.1.	Ewolucja amplitudy pola ładunku przestrzennego w strukturze MQW otrzymana za pomocą metody numerycznej (linia ciągła) oraz poprzez linearyzację układu równań PDDT (linia	53

	przerywana) dla różnych wartości pola elektrycznego $E_A = \{3, 5, 7, 9 \text{ kV/cm}\}$ oraz współczynnika głębokości modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.05$ (a) oraz $m = 0.1$ (b), stosunek koncentracji donorów do akceptorów $r = 0.8$, $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.	
Rys. 4.2.	Wyznaczone metodą analityczną zależności amplitudy pola ładunku przestrzennego od czasu w odpowiedzi na skokowe włączenie wzoru interferencyjnego, otrzymane dla różnych wartości natężenia pola zewnętrznego. Wartość współczynnika kompensacji $r = 0.7$, głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres przestrzenny $\Lambda = 10 \mu\text{m}$.	54
Rys. 4.3.	Zależność części rzeczywistej stałej czasowej $Re(\tau_{sc})$ od natężenia zewnętrznego pola elektrycznego. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, współczynnik kompensacji $r = 0.7$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$. (metoda linearyzacji)	55
Rys. 4.4.	Wyznaczona za pomocą metody numerycznej zależność części rzeczywistej stałej czasowej $Re(\tau_{sc})$ od natężenia światła padającego na strukturę (a) oraz od okresu siatki (b). Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, współczynnik kompensacji $r = 0.7$.	55
Rys. 4.5.	Stosunek czasu relaksacji dielektrycznej dla transportu nieliniowego do czasu relaksacji dielektrycznej dla stałej ruchliwości elektronów $\tau_{die(L)} \approx 75 \text{ ns}$ w funkcji pola elektrycznego. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, współczynnik kompensacji $r = 0.7$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.	56
Rys. 4.6.	Wartość amplitudy pola ładunku przestrzennego w funkcji natężenia pola przyłożonego do struktury MQW dla transportu nieliniowego (linie ciągła) oraz liniowego (linia przerywana). Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, współczynnik kompensacji $r = 0.7$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.	57

Rys. 4.7.	Sinus przesunięcia fazowego rozkładu pola elektrycznego względem wzoru interferencyjnego w funkcji natężenia pola przyłożonego do struktury MQW dla transportu nieliniowego (linia ciągła) oraz liniowego (linia przerywana) dla różnych wartości okresu siatki $\Lambda = 10 - 50 \mu m$ Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, współczynnik kompensacji $r = 0.7$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.	58
Rys. 4.8.	Zależność amplitud pierwszych harmoniczných koncentracji elektronów i dziur (n_{e1}, n_{h1}) od czasu dla różnych wartości współczynnika kompensacji oraz zewnętrznego pola elektrycznego. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.	59
Rys. 4.9.	Wartości średnie (a) oraz amplitudy pierwszych harmoniczných koncentracji elektronów i dziur w stanie ustalonym w funkcji współczynnika kompensacji. Wartość pola przyłożonego do struktury $E_A = 7 kV/cm$, głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0,1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.	60
Rys. 4.10.	Stosunek maksymalnych wartości koncentracji elektronów i dziur w stanie ustalonym w funkcji współczynnika kompensacji. Wartość pola przyłożonego do struktury $E_A = 7 kV/cm$, głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0,1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.	60
Rys. 4.11	Zależność od czasu maksymalnych wartości w rozkładzie przestrzennym całkowitego pola elektrycznego ($E_A + E_{1SC}$) w odpowiedzi na skokowe włączenie wzoru interferencyjnego, dla różnych wartości pola zewnętrznego oraz różnych wartości współczynnika kompensacji. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.	61
Rys. 4.12	Zależność (a) amplitudy pola ładunku przestrzennego w stanie ustalonym oraz (b) wartości stałej czasowej od natężenia pola zewnętrznego dla różnych wartości współczynnika kompensacji.	62

	Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0,1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.	
Rys. 4.13.	Wpływ zewnętrznego pola elektrycznego E_A na zakres oscylacji ΔE , dla różnych wartości współczynnika kompensacji. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.	62
Rys. 4.14.	Zależność okresu oscylacji występujących podczas formowania pola ładunku przestrzennego od zewnętrznego pola elektrycznego E_A dla różnych wartości współczynnika kompensacji. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.	63
Rys. 4.15.	Wartość pola elektrycznego dla którego zanikają oscylacje w zależności od współczynnika kompensacji r . Wartość pola przyłożonego do struktury $E_A = 7 kV/cm$, głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.	63
Rys. 4.16.	Zależność wartości sinusa przesunięcia pola ładunku przestrzennego względem wzoru interferencyjnego od pola elektrycznego dla różnych wartości współczynnika kompensacji. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, natężenie światła $I_0 = 10 mW/cm^2$.	64
Rys. 4.17.	Rozkład przestrzenny pola elektrycznego w strukturze SI-MQW w stanie stacjonarnym $t = 100 \mu s$ dla różnych głębokości modulacji wzoru interferencyjnego. Parametry użyte w symulacji: wartość pola przyłożonego do struktury $E_A = 10 kV/cm$, współczynnik kompensacji donorów $r = 0.8$, okres siatki $\Lambda = 20 \mu m$, natężenia światła $I_0 = 10 mW/cm^2$ współczynniki pułapkowania stałe na podstawie [4.4].	65
Rys. 4.18	Wartości przekrojów czynnych na pułapkowanie elektronów σ_e i dziur σ_h dla $E_A = 0$ oraz w obecności silnego pola elektrycznego $E_A = 10 kV/cm$ dla GaAs z defektami EL2 [4.2].	66
Rys. 4.19.	Charakterystyki zmian współczynnika pułapkowania elektronów (a) oraz dziur (b) w zależności od pola elektrycznego stosowne w	67

	dalszych obliczeniach. Wartości współczynników ($\gamma_{e_{max}} = 5.0 \cdot 10^{-7}$, $\gamma_{h_{max}} = 3.9 \cdot 10^{-7}$, $\alpha_e = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ cm/kV}$, $\alpha_h = 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ cm/kV}$), na podstawie [4.2].	
Rys. 4.20	Rozkład przestrzenny pola elektrycznego w stanie stacjonarnym (po $t = 100 \mu\text{s}$) dla współczynnika modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.9$ i dla natężenia zewnętrznego pola elektrycznego $E_A = 9 \text{ V/cm}$ (a) oraz $E_A = 10 \text{ V/cm}$ (b). Linia ciągła dla współczynnika pułapkowania $\gamma(E)$, linia przerywana dla współczynnika pułapkowania o stałej wartości, γ_C . Przyjęto okres siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$, współczynnik kompensacji donorów $r = 0.8$	68
Rys. 4.21.	Ewolucja wartości natężenia całkowitego pola elektrycznego ($E_{sc}+E_A$) w maksimach rozkładu przestrzennego dla stałej γ_C oraz zależnej od pola $\gamma(E)$ wartości współczynnika pułapkowania. Wartość pola elektrycznego przyłożonego do struktury $E_A = 10 \text{ kV/cm}$, współczynnik modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.9$, współczynnik kompensacji $r = 0.8$, okres przestrzenny siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.	68
Rys. 4.22	Ewolucja maksymalnej oraz minimalnej wartości natężenia pola elektrycznego dla stałej (a) oraz zależnej od pola (b) wartości współczynnika pułapkowania elektronów i dziur. Wartość pola elektrycznego przyłożonego do struktury $E_A = 10 \text{ kV/cm}$, współczynnik modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.9$, współczynnik kompensacji $r = 0.8$, okres przestrzenny siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$	69
Rys. 4.23.	Zamiany maksymalnej oraz minimalnej wartości współczynników pułapkowania elektronów i dziur. Przerywaną linią zaznaczono wartość stałą podaną w [4.4] Wartość pola elektrycznego przyłożonego do struktury $E_A = 10 \text{ kV/cm}$, współczynnik modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.9$, współczynnik kompensacji $r = 0.8$, okres przestrzenny siatki $\Lambda = 10 \mu\text{m}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$.	69

Rys. 5.1.	Interferencja dwóch wiązek o różnych częstotliwościach $\omega_2 = \omega_1 + \Omega$ w strukturze MQW z polem elektrycznym E_A równoległym do kierunku prędkości siatki.	73
Rys. 5.2.	Zależność wartości optymalnej różnicy częstotliwości od natężenia światła. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \mu m$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 kV/cm$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} cm^{-3}$ oraz współczynnik kompensacji $r = 0.5$. Linia ciągła przedstawia zależność uwzględniającą nieliniowy transport elektronów, linia kreskowana prezentuje zależność dla transportu liniowego elektronów – oba wyniki otrzymane metodą linearyzacji równań, natomiast kółkami zaznaczono wartości otrzymane metodą numeryczną.	76
Rys. 5.3.	Zależność wartości optymalnej różnicy częstotliwości od okresu siatki Λ . Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 kV/cm$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} cm^{-3}$ oraz współczynnik kompensacji $r = 0.5$. Linia ciągła przedstawia zależność uwzględniającą nieliniowy transport elektronów, natomiast linia kreskowana model transportu liniowego.	77
Rys. 5.4.	Zależność wartości optymalnej różnicy częstotliwości od okresu przestrzennego Λ dla różnych wartości współczynnika kompensacji r (a) oraz różnych wartości natężeń światła I_0 (b). Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 kV/cm$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} cm^{-3}$.	77
Rys. 5.5.	Zależność wartości optymalnej różnicy częstotliwości od okresu przestrzennego Λ dla różnych wartości współczynnika kompensacji r (a) oraz różnych wartości natężeń światła I_0 (b). Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 kV/cm$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} cm^{-3}$.	78
Rys. 5.6.	Zależność wartości optymalnej różnicy częstotliwości od stałej siatki K dla różnych wartości współczynnika kompensacji r (a)	78

	oraz różnych wartości natężeń światła I_0 (b). Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.	
Rys. 5.7.	Zależność optymalnej różnicy częstotliwości od zewnętrznego pola elektrycznego dla modelu uwzględniającego nieliniowość transportu elektronów (a) oraz dla modelu transportu liniowego (b). Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Zastosowana metoda nie uwzględnia prądów dyfuzyjnych, dlatego linią przerywaną zostały oznaczone wartości otrzymane dla słabych pól elektrycznych $E_A < 1 \text{ kV/cm}$, przy których nie można zaniedbać wpływu dyfuzji.	79
Rys. 5.8	Optymalna różnica częstotliwości w funkcji przyłożonego pola elektrycznego dla transportu nieliniowego (a) oraz liniowego (b) dla różnych wartości okresu siatki. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$. Model nie uwzględnia prądów dyfuzyjnych, dlatego linią przerywaną zostały wartości dla słabych pól elektrycznych $E_A < 1 \text{ kV/cm}$.	80
Rys. 5.9.	Ewolucja amplitudy pola ładunku przestrzennego w przypadku wzoru interferencyjnego, stacjonarnego i poruszającego się w dwóch kierunkach v_+ oraz v_- , dla natężenia światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \text{ }\mu\text{m}$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$. Wartość różnicy częstości jest dopasowana do optymalnej prędkości siatki w przypadku $+\Omega$	81
Rys. 5.10.	Amplituda pola ładunku przestrzennego w przypadku wzoru interferencyjnego, poruszającego się w dwóch kierunkach przesuwu wzoru interferencyjnego v_+ oraz v_- , w zależności od różnicy częstotliwości interferujących fal, dla różnych natężeń światła $I_0 = 5 \rightarrow 20 \text{ mW/cm}^2$. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \text{ }\mu\text{m}$, wartość przyłożonego pola	82

	elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ oraz współczynnik kompensacji $r = 0.5$.	
Rys. 5.11.	Amplituda pola ładunku przestrzennego w obecności ruchomego wzoru interferencyjnego, poruszającego się w dwóch kierunkach, odpowiadających kierunkom przesuwu wzoru interferencyjnego v_+ oraz v_- , w funkcji okresu siatki Λ dla różnicy częstotliwości $\Omega = 700 \text{ kHz}$. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, natężenie światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$ koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ oraz współczynnik kompensacji $r = 0.5$.	83
Rys. 5.12.	Amplituda pola ładunku przestrzennego w funkcji okresu siatki dla stacjonarnej (1) oraz ruchomej siatki interferencyjnej (2, 3). Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$.	83
Rys. 5.13.	Amplituda pola ładunku przestrzennego w funkcji różnicy częstotliwości dla różnych współczynników kompensacji r oraz dwóch kierunków przesuwu siatki interferencyjnej (a) v_+ oraz (b) v_- . Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, okres siatki $\Lambda = 10 \text{ }\mu\text{m}$.	84
Rys. 5.14	Amplituda pola ładunku przestrzennego w funkcji różnicy częstotliwości dla różnych wartości koncentracji donorów N_D oraz dwóch kierunków przesuwu siatki interferencyjnej, dla różnicy częstotliwości (a) $+\Omega$ oraz (b) $-\Omega$. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$, okres siatki $\Lambda = 10 \text{ }\mu\text{m}$.	85
Rys. 5.15	Przesunięcie fazowe pola ładunku przestrzennego względem wzoru interferencyjnego w funkcji różnicy częstotliwości dla dwóch kierunków przesuwu siatki. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, okres siatki $\Lambda = 10 \text{ }\mu\text{m}$ koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ współczynnik kompensacji $r = 0.5$.	85

Rys. 5.16.	Przesunięcie fazowe pola ładunku przestrzennego względem wzoru interferencyjnego w funkcji różnicy częstotliwości dla dwóch kierunków ruchu siatki oraz różnej wartości koncentracji donorów N_D . Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, okres siatki $\Lambda = 10 \text{ }\mu\text{m}$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$.	86
Rys. 5.17	Przesunięcie fazowe pola ładunku przestrzennego względem wzoru interferencyjnego w funkcji różnicy częstotliwości dla dwóch kierunków siatki oraz różnej wartości współczynnika kompensacji r . Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, okres siatki $\Lambda = 10 \text{ }\mu\text{m}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.	87
Rys. 5.18	Przesunięcie fazowe pola ładunku przestrzennego względem wzoru interferencyjnego w funkcji różnicy częstotliwości dla dwóch kierunków ruchu siatki oraz różnych wartości jej okresu przestrzennego Λ . Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$.	87
Rys. 5.19	Porównanie sinusa przesunięcia pola ładunku przestrzennego w funkcji różnicy częstotliwości dla dwóch różnych współczynników kompensacji: (a) $r = 0.8$ oraz (b) $r = 0.5$. Wyniki doświadczalne z pracy [5.5] oznaczone są za pomocą czerwonych kropek wyniki otrzymane numerycznie - niebieskie kropki. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m \sim 1$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.	88
Rys. 5.20.	Amplituda pola elektrycznego w funkcji różnicy częstotliwości. Głębokość modulacji wzoru interferencyjnego $m = 0.9$, wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, współczynnik kompensacji $r = 0.5$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$, $\Lambda = 20 \text{ }\mu\text{m}$.	89
Rys. 5.21.	Amplituda pola ładunku przestrzennego w przypadku wzoru interferencyjnego, poruszającego się w dwóch kierunkach, w	90

	zależności od różnicy częstotliwości interferujących fal dla natężenia światła $I_0 = 10 \text{ mW/cm}^2$. Współczynnik głębokości modulacji $m = 0.1$, okres siatki $\Lambda = 10 \text{ }\mu\text{m}$ (a) oraz $\Lambda = 20 \text{ }\mu\text{m}$ (b), wartość przyłożonego pola elektrycznego $E_A = 7.5 \text{ kV/cm}$, koncentracja donorów $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ oraz współczynnik kompensacji $r = 0.5$. Linią ciągłą zaznaczono wyniki otrzymane w wyniku linearyzacji równań, natomiast kółkami zaznaczono wyniki otrzymane metodą numeryczną.	
Rys. A.1.	Struktura fotorefrakcyjnych wielokrotnych studni kwantowych zbudowanych z GaAs i $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$. wyprodukowana w Instytucie Technologii Materiałów Elektronicznych.	94
Rys. A.2.	Schemat układu służącego do pomiarów charakterystyk prądowo-napięciowych struktur PR-MQW.	95
Rys. A.3.	Natężenie prądu ciemnego płynącego przez próbkę w funkcji przyłożonego napięcia.	96
Rys. A.4.	Natężenie prądu w funkcji pola elektrycznego dla struktur fotorefrakcyjnych wielokrotnych studni kwantowych zbombardowanych protonami o różnych dawkach. Natężenie światła padającego na strukturę $I = 5 \text{ mW/cm}^2$ oraz $I = 10 \text{ mW/cm}^2$.	96
Rys. A.5.	Teoretycznie wykreślona zależność natężenia prądu od pola elektrycznego dla struktur fotorefrakcyjnych wielokrotnych studni kwantowych dla różnych wartości współczynnika kompensacji. Koncentracja akceptorów $N_A = 3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Natężenie światła $I = 10 \text{ mW/cm}^2$ długość fali $\lambda = 647 \text{ nm}$.	98
Rys. A.6.	Natężenie prądu w funkcji pola elektrycznego oraz początkowej koncentracji akceptorów $N_A \approx 4.5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ oraz różnej wartości współczynnika kompensacji $r = N_D/N_A$. Natężenie światła: (1) $I = 5 \text{ mW/cm}^2$ (2) $I = 10 \text{ mW/cm}^2$. Liniami ciągłymi zostały wykreślone charakterystyki teoretyczne, natomiast kropki przedstawiają wartości zmierzone doświadczalnie [A.7].	99

Spis Tabel

Nazwa	Opis	Strona
Tabela 1.1.	Parametry materiałowe dla elektronów w strukturze Ga/As	21
Tabela 2.1	Masy efektywne nośników oraz wartości ρ_i dla studni kwantowej	29
Tabela 2.2.	Liczby falowe ζ oraz odpowiadające im poziomy energetyczne	30
Tabela 2.3.	Energie poziomów w „nieskończonej” studni potencjału o tej samej szerokości co studnia z Tabeli 2.2	32
Tabela 3.1.	Wartości parametrów użyte w obliczeniach	43
Tabela 3.2.	Szybkości procesów dla elektronów i dziur (na podstawie [3.19])	50
Tabela 3.3.	Charakterystyczne pola [3.19]	51
Tabela 4.1.	Parametry materiałowe struktury oraz parametry użyte w obliczeniach	72
Tabela A.1.	Wartości energii oraz dawek wykorzystanych podczas implantacji struktury PR-MQW.	102
Tabela A.2.	Stosunek koncentracji dziur do koncentracji elektronów w odniesieniu do wartości współczynnika kompensacji donorów.	105